Abitur 2016 Mathematik Stochastik IV

Bei einem Zufallsexperiment wird eine ideale Münze so lange geworfen, bis zum zweiten Mal Zahl (Z) oder zum zweiten Mal Wappen (W) oben liegt. Als Ergebnismenge wird festgelegt: $\{ZZ; WW; ZWZ; ZWW; WZZ; WZW\}$.

Teilaufgabe Teil A 1a (2 BE)

Begründen Sie, dass dieses Zufallsexperiment kein Laplace-Experiment ist.

Teilaufgabe Teil A 1b (3 BE)

Die Zufallsgröße X ordnet jedem Ergebnis die Anzahl der entsprechenden Münzwürfe zu. Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

An einem P-Seminar nehmen acht Mädchen und sechs Jungen teil, darunter Anna und Tobias. Für eine Präsentation wird per Los aus den Teilnehmerinnen und Teilnehmern ein Team aus vier Personen zusammengestellt.

Teilaufgabe Teil A 2a (3 BE)

Geben Sie zu jedem der folgenden Ereignisse einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses berechnet werden kann.

A: „Anna und Tobias gehören dem Team an."
B: „Das Team besteht aus gleich vielen Mädchen und Jungen."

Teilaufgabe Teil A 2b (2 BE)

Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch den folgenden Term berechnet werden kann:

$$\frac{\binom{14}{4} - \binom{6}{4}}{\binom{14}{4}}$$

Teilaufgabe Teil B 1 (3 BE)

Nach einem Bericht zur Allergieforschung aus dem Jahr 2008 litt damals in Deutschland jeder vierte bis fünfte Einwohner an einer Allergie. 41% aller Allergiker reagierten allergisch auf Tierhaare.
Kann aus diesen Aussagen gefolgert werden, dass 2008 mindestens 10% der Einwohner Deutschlands auf Tierhaare allergisch reagierten?
Begründen Sie Ihre Antwort.

Nach einer aktuellen Erhebung leiden 25% der Einwohner Deutschlands an einer Allergie. Aus den Einwohnern Deutschlands werden n Personen zufällig ausgewählt.

Teilaufgabe Teil B 2a (4 BE)

Bestimmen Sie, wie groß n mindestens sein muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens eine der ausgewählten Personen an einer Allergie leidet.

Teilaufgabe Teil B 2b (5 BE)

Im Folgenden ist $n = 200$. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Personen unter den ausgewählten Personen, die an einer Allergie leiden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert der binomialverteilten Zufallsgröße X höchstens um eine Standardabweichung von ihrem Erwartungswert abweicht.

Ein Pharmaunternehmen hat einen Hauttest zum Nachweis einer Tierhaarallergie entwickelt. Im Rahmen einer klinischen Studie zeigt sich, dass der Hauttest bei einer aus der Bevölkerung Deutschlands zufällig ausgewählten Person mit einer Wahrscheinlichkeit von $39,5\%$ ein positives Testergebnis liefert. Leidet eine Person an einer Tierhaarallergie, so ist das Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 85% positiv. Das Testergebnis ist jedoch bei einer Person, die nicht an einer Tierhaarallergie leidet, mit einer Wahrscheinlichkeit von 35% ebenfalls positiv.

Teilaufgabe Teil B 3a (4 BE)

Ermitteln Sie, welcher Anteil der Bevölkerung Deutschlands demnach allergisch auf Tierhaare reagiert.

(Ergebnis: 9%)

Teilaufgabe Teil B 3b (2 BE)

Eine aus der Bevölkerung Deutschlands zufällig ausgewählte Person wird getestet; das Testergebnis ist positiv. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person tatsächlich an einer Tierhaarallergie leidet.

Teilaufgabe Teil B 3c (2 BE)

Aus der Bevölkerung Deutschlands wird eine Person zufällig ausgewählt und getestet. Beschreiben Sie das Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit im Sachzusammenhang mit dem Term $0,09 \cdot 0,15 + 0,91 \cdot 0,35$ berechnet wird.

Lösung

Teilaufgabe Teil A 1a (2 BE)

Bei einem Zufallsexperiment wird eine ideale Münze so lange geworfen, bis zum zweiten Mal Zahl (Z) oder zum zweiten Mal Wappen (W) oben liegt. Als Ergebnismenge wird festgelegt: $\{\text{ZZ}; \text{WW}; \text{ZWZ}; \text{ZWW}; \text{WZZ}; \text{WZW}\}$.

Begründen Sie, dass dieses Zufallsexperiment kein Laplace-Experiment ist.

Lösung zu Teilaufgabe Teil A 1a

Wahrscheinlichkeit

$$P(\text{ZZ}) = P(Z) \cdot P(Z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{WZW}) = P(W) \cdot P(Z) \cdot P(W) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \quad P(\text{ZZ}) \neq P(\text{WZW})$$

Das Experiment ist kein Laplace-Experiment, da nicht alle Ereignisse mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten.

Teilaufgabe Teil A 1b (3 BE)

Die Zufallsgröße X ordnet jedem Ergebnis die Anzahl der entsprechenden Münzwürfe zu. Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

Lösung zu Teilaufgabe Teil A 1b

Erwartungswert einer Zufallsgröße

Wahrscheinlichkeitsverteilung als Tabelle erstellen:

Erläuterung:

Die Anzahl der benötigten Münzwürfe kann entweder 2 oder 3 sein.

Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis mit zwei Würfe:
$P(\text{ZZ}) = P(Z) \cdot P(Z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis mit drei Würfe:
$P(\text{WWW}) = P(W) \cdot P(W) \cdot P(W) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Daraus folgt:

Wahrscheinlichkeit für 2 Würfe: $P(X = 2) = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Wahrscheinlichkeit für 3 Würfe: $P(X = 3) = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

x_i (Anzahl Würfe)	2	3
Anzahl Ereignisse	2 (ZZ, WW)	4 (ZWZ, ZWW, WZZ, WZW)
$P(X = x_i)$	$2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$	$4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

Erwartungswert $E(X)$ bestimmen:

Erläuterung: *Erwartungswert einer Zufallsgröße*

Nimmt eine Zufallsgröße X die Werte $x_1, x_2, \ldots, x_n$ jeweils mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \ldots, p_n$ an, so gilt für den Erwartungswert dieser Zufallsgröße:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i) = x_1\,p_1 + x_2\,p_2 + \cdots + x_n\,p_n$$

$$E(X) = 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

Teilaufgabe Teil A 2a (3 BE)

An einem P-Seminar nehmen acht Mädchen und sechs Jungen teil, darunter Anna und Tobias. Für eine Präsentation wird per Los aus den Teilnehmerinnen und Teilnehmern ein Team aus vier Personen zusammengestellt.

Geben Sie zu jedem der folgenden Ereignisse einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses berechnet werden kann.

A: „Anna und Tobias gehören dem Team an.“
B: „Das Team besteht aus gleich vielen Mädchen und Jungen.“

Lösung zu Teilaufgabe Teil A 2a

Ziehen ohne Reihenfolge ohne Zurücklegen

8 M + 6 J = 14 Teilnehmer

Erläuterung: *Ziehen ohne Reihenfolge und ohne Zurücklegen*

Es handelt sich hier um Ziehen ohne Reihenfolge (wer wann zum Team ausgewählt wird ist irrelevant) und ohne Zurücklegen (eine Person kann nur einmal zum Team gewählt werden).

Stichwort: „Lottoprinzip“ bzw. hypergeometrische Verteilung:

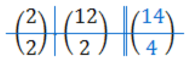
$$P(X) = \frac{\text{Anzahl Treffer} \cdot \text{Anzahl Nieten}}{|\Omega|}$$

Anna und Tobias werden ausgewählt:
$\Rightarrow |\text{ Treffer}| = \binom{2}{2}$

2 weitere Teilnehmer (aus den übrigen 14- 2 = 12) werden ausgewählt:
$\Rightarrow |\text{ Niete}| = \binom{12}{2}$

4 Teilnehmern werden aus 14 ausgewählt:
$\Rightarrow |\Omega| = \binom{14}{4}$

Merkhilfe zur Kontrolle:



$$P(A) = \frac{\overbrace{\binom{2}{2}}^{\text{Anna + Tobias}} \cdot \overbrace{\binom{12}{2}}^{\text{Rest}}}{\binom{14}{4}}$$

Erläuterung: *Ziehen ohne Reihenfolge und ohne Zurücklegen*

Es handelt sich hier um Ziehen ohne Reihenfolge (wer wann zum Team ausgewählt wird ist irrelevant) und ohne Zurücklegen (eine Person kann nur einmal zum Team gewählt werden).

Stichwort: „Lottoprinzip" bzw. hypergeometrische Verteilung:

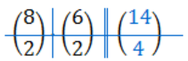
$$P(X) = \frac{\text{Anzahl Treffer} \cdot \text{Anzahl Nieten}}{|\Omega|}$$

2 der 8 Mädchen werden gewählt:
$\Rightarrow |\text{ Treffer}| = \binom{8}{2}$

2 der 6 Jungen werden gewählt:
$\Rightarrow |\text{ Niete}| = \binom{6}{2}$

4 Teilnehmern werden aus 14 ausgewählt:
$\Rightarrow |\Omega| = \binom{14}{4}$

Merkhilfe zur Kontrolle:



$$P(B) = \frac{\overbrace{\binom{8}{2}}^{M} \cdot \overbrace{\binom{6}{2}}^{J}}{\binom{14}{4}}$$

Teilaufgabe Teil A 2b (2 BE)

Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch den folgenden Term berechnet werden kann:

$$\frac{\binom{14}{4} - \binom{6}{4}}{\binom{14}{4}}$$

Lösung zu Teilaufgabe Teil A 2b

Interpretation

Term umstellen: $\frac{\binom{14}{4} - \binom{6}{4}}{\binom{14}{4}} = \frac{\binom{14}{4}}{\binom{14}{4}} - \frac{\binom{6}{4}}{\binom{14}{4}} = 1 - \frac{\binom{6}{4}}{\binom{14}{4}}$

Erläuterung: *Ziehen ohne Zurücklegen*

$\binom{6}{4}$ = Anzahl Möglichkeiten aus 6 Jungen 4 auszuwählen.

$\binom{14}{4}$ = Anzahl Möglichkeiten aus 14 Teilnehmern 4 auszuwählen.

$\frac{\binom{6}{4}}{\binom{14}{4}} = P$(„Das Team besteht aus nur Jungen.")

Erläuterung: *Gegenereignis*

Für die Wahrscheinlichkeit eines Gegenereignisses $\overline{E}$ gilt: $P\left(\overline{E}\right) = 1 - P(E)$

Das Gegenereignis zu „Nur Jungen" ist „Mindestens ein Mädchen".

$1 - \frac{\binom{6}{4}}{\binom{14}{4}} = P$(„Mindestens 1 Mädchen im Team")

Teilaufgabe Teil B 1 (3 BE)

Nach einem Bericht zur Allergieforschung aus dem Jahr 2008 litt damals in Deutschland jeder vierte bis fünfte Einwohner an einer Allergie. 41% aller Allergiker reagierten allergisch auf Tierhaare.
Kann aus diesen Aussagen gefolgert werden, dass 2008 mindestens 10% der Einwohner Deutschlands auf Tierhaare allergisch reagierten?
Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung zu Teilaufgabe Teil B 1

Bedingte Wahrscheinlichkeit

A: „Ist Allergiker"
T: „Ist allergisch auf Tierhaare"

Erläuterung: *Wahrscheinlichkeit*

„jeder vierte bis fünfte Einwohner“ $\Rightarrow$ $P(A)$ liegt zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$

$P(A) = \frac{1}{4}$ bzw. $\frac{1}{5}$

Erläuterung: *Bedingte Wahrscheinlichkeit*

Unter $P_A(T)$ versteht man die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Ereignis T unter der Bedingung des Ereignisses A.

D.h. man betrachtet nicht den gesamten Ergebnisraum, sondern nur die Teilmenge des Ereignisses A.
Die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(T)$ ist also die Wahrscheinlichkeit für T, wenn man nur A betrachtet.

$P_A(T) = 41\%$

Erläuterung: *Formel für die bedingte Wahrscheinlichkeit*

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Die Wahrscheinlichkeit des Durchschnitts geteilt durch die Wahrscheinlichkeit der Bedingung.

Hinweis: $P(A \cap B) = P(B \cap A)$

Antwort: Nein, denn $P(A \cap T) = P(A) \cdot P_A(T) = \begin{cases} \frac{1}{4} \cdot 0,41 = 0,1025 \\ \frac{1}{5} \cdot 0,41 = 0,082 < 10\% \end{cases}$

Teilaufgabe Teil B 2a (4 BE)

Nach einer aktuellen Erhebung leiden 25% der Einwohner Deutschlands an einer Allergie. Aus den Einwohnern Deutschlands werden n Personen zufällig ausgewählt.

Bestimmen Sie, wie groß n mindestens sein muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens eine der ausgewählten Personen an einer Allergie leidet.

Lösung zu Teilaufgabe Teil B 2a

Binomialverteilung

Text analysieren:

p(„leidet an Allergie“) $= 25\% = 0,25$

“ ... mindestens eine der ausgewählten Personen...“ $\Rightarrow$ $X \geq 1$

“ ...mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% ...“ $\Rightarrow$ $P > 0,99$

Es muss also gelten:

Erläuterung: *Bernoulli-Kette*

Das Zufallsexperiment kann als Bernoulli-Kette der Länge n mit der Trefferwahrscheinlichkeit $p = 0,25$ angesehen werden.

$P_{0,25}^n(X \geq 1) > 0,99$

Erläuterung: *Gegenereignis*

Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(\text{mind. 1 Treffer})$ können meist leicht über das Gegenereignis bestimmt werden.

$P(\text{mind. 1 Treffer}) = 1 - P(\text{kein Treffer})$

$1 - P_{0,25}^n(X = 0) > 0,99 \qquad | -1$

$-P_{0,25}^n(X = 0) > -0,01 \qquad | \cdot(-1)$

$P_{0,25}^n(X = 0) < 0,01$

Erläuterung: *Bernoulli-Formel*

Die Wahrscheinlichkeit genau k Treffer bei n Versuchen zu erzielen beträgt:

$P(\text{k Treffer}) = P_p^n(Z = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Dabei ist:

$n =$ Anzahl der Versuche
$k =$ Anzahl der Treffer
$p =$ Wahrscheinlichkeit eines Treffers pro Versuch
$1-p =$ Wahrscheinlichkeit einer Niete pro Versuch

Spezialfall $k = 0$:

$P(\text{0 Treffer}) = P_p^n(Z = 0) = \underbrace{\binom{n}{0}}_{1} \cdot \underbrace{p^0}_{1} \cdot (1-p)^{n-0}$

$\Rightarrow P(\text{0 Treffer}) = (1-p)^n$

$\binom{n}{0} \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^n < 0,01$

$0,75^n < 0,01$

Erläuterung: *Rechenweg*

$0,75^n < 0,01 \quad | \quad \ln()$

$\ln\,(0,75^n) < \ln(0,01)$

$n \cdot \ln(0,75) < \ln(0,01) \quad | \quad : \ln(0,75)$

(da die Ungleichung durch eine negative Zahl geteilt wird, ändert sich das Relationszeichen)

$n > \dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,75)}$

$n > \dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,75)} \approx 16,01$

$\Rightarrow \quad n \geq 17$ (Personen)

Teilaufgabe Teil B 2b (5 BE)

Im Folgenden ist $n = 200$. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Personen unter den ausgewählten Personen, die an einer Allergie leiden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert der binomialverteilten Zufallsgröße X höchstens um eine Standardabweichung von ihrem Erwartungswert abweicht.

Lösung zu Teilaufgabe Teil B 2b

Erwartungswert und Standardabweichung

$n = 200$

Erläuterung: *Binomialverteilte Zufallsgröße*

Eine Zufallsgröße X ist binomialverteilt, wenn es genau zwei Ergebnisse gibt: Niete und Treffer.

In diesem Fall:

Treffer $=$ Person leidet an einer Allergie ($p = 0,25$)
Niete $=$ Person leidet nicht an einer Allergie ($q = 0,75$)

$p = 0,25$
$q = 0,75$

Erwartungswert μ_X bestimmen:

Erläuterung: *Erwartungswert einer binomialverteilten Zufallsgröße*

Ist X binomialverteilt, dann gilt :

Erwartungswert von X: $\quad \mu = n \cdot p$

$\mu_X = 200 \cdot 0,25 = 50$

Standardabweichung σ_X bestimmen:

Erläuterung: *Standardabweichung einer Zufallsgröße*

Ist X binomialverteilt, dann gilt :

Standardabweichung (Streuung) von X : $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$

$\sigma_X = \sqrt{200 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}12$

Binomialverteilung

Bereich der geforderten Abweichung bestimmen: $[\mu_X - \sigma_X; \mu_X + \sigma_X]$

$\mu_X - \sigma_X = 50 - 6{,}12 = 43{,}88$

$\mu_X + \sigma_X = 50 + 6{,}12 = 56{,}12$

Wahrscheinlichkeit bestimmen:

$P(E) = P_{0,25}^{200}(43{,}88 \leq X \leq 56{,}12)$

Erläuterung:

Da es nur ganze Personen geben kann, muss der Bereich auf ganze Zahlen gerundet werden.

X soll **höchstens** um eine Standardabweichung vom Erwartungswert abweichen. Also muss X größer 44 und kleiner 56 sein.
($43 \leq X \leq 57$ wäre falsch.)

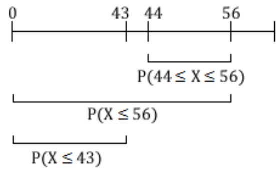
$P(E) = P_{0,25}^{200}(44 \leq X \leq 56)$

Erläuterung: *Bernoulli-Formel*

Wenn die Zufallsvariable X zwischen zwei Zahlen a und b liegen soll, dann gilt:

$P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a - 1)$

„Obere Grenze minus die um 1 verkleinerte untere Grenze“



$P(E) = P_{0,25}^{200}(X \leq 56) - P_{0,25}^{200}(X \leq 43)$

$P(E) \overset{\text{Tafelwerk}}{=} 0{,}85546 - 0{,}14376 = 0{,}7117$

Teilaufgabe Teil B 3a (4 BE)

Ein Pharmaunternehmen hat einen Hauttest zum Nachweis einer Tierhaarallergie entwickelt. Im Rahmen einer klinischen Studie zeigt sich, dass der Hauttest bei einer aus der Bevölkerung Deutschlands zufällig ausgewählten Person mit einer Wahrscheinlichkeit von $39{,}5\%$ ein positives Testergebnis liefert. Leidet eine Person an einer Tierhaarallergie, so ist das Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 85% positiv. Das Testergebnis ist jedoch bei einer Person, die nicht an einer Tierhaarallergie leidet, mit einer Wahrscheinlichkeit von 35% ebenfalls positiv.

Ermitteln Sie, welcher Anteil der Bevölkerung Deutschlands demnach allergisch auf Tierhaare reagiert.

(Ergebnis: 9%)

Lösung zu Teilaufgabe Teil B 3a

Wahrscheinlichkeit

Ereignisse:

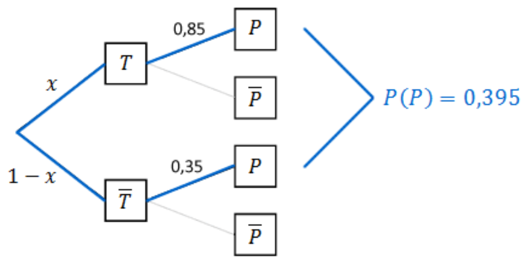
T: „Person leidet an Tierallergie"
P: „Test ist positiv"

Wahrscheinlichkeiten aus dem Text:

$P(P) = 0,395$
$P_T(P) = 0,85$
$P_{\overline{T}}(P) = 0,35$

Baudiagramm erstellen:

> Erläuterung: *Wahrscheinlichkeit*
>
> Die Wahrscheinlichkeit $P(T)$ ist unbekannt, deswegen wird sie mit x bezeichnet. Für die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses gilt dann $P(\overline{T}) = 1 - x$.



> Erläuterung: *2. Pfadregel*
>
> **1. Pfadregel**: In einem Baumdiagramm ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades.
>
> Zum Beispiel:
>
> $P(T \cap P) = P(T) \cdot P_T(P) = x \cdot 0,85$
>
> **2. Pfadregel**: In einem Baumdiagramm ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich der Summe der für dieses Ereignis zugehörigen Pfadwahrscheinlichkeiten.
>
> In diesem Fall: $P(P) = P(T \cap P) + P\left(\overline{T} \cap P\right)$

$P(P) = P(T \cap P) + P\left(\overline{T} \cap P\right)$

$0,395 = x \cdot 0,85 + (1 - x) \cdot 0,35$

$0,395 = 0,85x - 0,35x + 0,35$

$0,045 = 0,5x$

$x = 0,09$

$\Rightarrow \quad P(T) = 9\%$

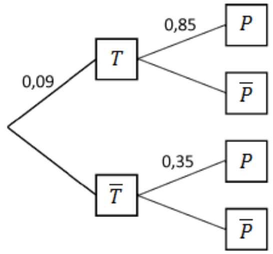
Teilaufgabe Teil B 3b (2 BE)

Eine aus der Bevölkerung Deutschlands zufällig ausgewählte Person wird getestet; das Testergebnis ist positiv. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person tatsächlich an einer Tierhaarallergie leidet.

Lösung zu Teilaufgabe Teil B 3b

Wahrscheinlichkeit

Aus vorheriger Teilaufgabe:



$P(P) = 0,395$

Erläuterung: *Bedingte Wahrscheinlichkeit*

Unter $P_P(T)$ versteht man die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Ereignis T unter der Bedingung des Ereignisses P.

D.h. man betrachtet nicht den gesamten Ergebnisraum, sondern nur die Teilmenge des Ereignisses P.
Die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_P(T)$ ist also die Wahrscheinlichkeit für T, wenn man nur P betrachtet.

Gesucht: $P_P(T)$

Erläuterung: *Formel für die bedingte Wahrscheinlichkeit*

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Die Wahrscheinlichkeit des Durchschnitts geteilt durch die Wahrscheinlichkeit der Bedingung.

Hinweis: $P(A \cap B) = P(B \cap A)$

$$P_P(T) = \frac{P(P \cap T)}{P(P)}$$

Erläuterung: *1. Pfadregel*

1. Pfadregel: In einem Baumdiagramm ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades.

Zum Beispiel:

$P(T \cap P) = P(T) \cdot P_T(P)$

$$P_P(T) = \frac{P(T) \cdot P_T(P)}{P(P)} = \frac{0,09 \cdot 0,85}{0,395} \approx 0,1937 = 19,37\%$$

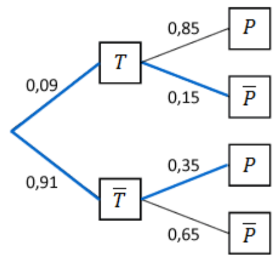
Teilaufgabe Teil B 3c (2 BE)

Aus der Bevölkerung Deutschlands wird eine Person zufällig ausgewählt und getestet. Beschreiben Sie das Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit im Sachzusammenhang mit dem Term $0,09 \cdot 0,15 + 0,91 \cdot 0,35$ berechnet wird.

Lösung zu Teilaufgabe Teil B 3c

Wahrscheinlichkeit

Ausgefüllter Baum aus Teilaufgabe 3a:



Erläuterung: *1. Pfadregel*

1. Pfadregel: In einem Baumdiagramm ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades.

Zum Beispiel:

$P(T \cap P) = P(T) \cdot P_T(P)$

$$\underbrace{0,09 \cdot 0,15}_{P(T \cap \overline{P})} + \underbrace{0,91 \cdot 0,35}_{P(\overline{T} \cap P)}$$

Erläuterung: *Ereignis*

$T \cap \overline{P}$: „Person leidet an Tierallergie und Test fällt negativ aus“

$\overline{T} \cap P$: „Person leidet nicht an Tierallergie und Test fällt positiv aus“

Test liefert ein falschen Ergebnis.