Fachabitur 2012 Mathematik NT Stochastik S II

Ein Discounter bietet in der Aktionswoche „Alles rund um's Radeln“ unter anderem auch Radl-Handschuhe in den Größen S, M und L an. Die Hälfte der Handschuhpaare wird in Größe M und nur 20% in der Größe L geliefert. Außerdem gibt es in den beiden kleineren Größen jeweils in gleicher Anzahl die Handschuhe in gefütterter (G) und in ungefütterter ($\overline{G}$) Variante. 80% der Handschuhe in Größe L sind gefüttert. Die Auswahl eines Handschuhpaares wird als Zufallsexperiment aufgefasst. Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

Teilaufgabe 1.1 (4 BE)

Bestimmen Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller sechs Elementarereignisse.

Teilaufgabe 1.2 (5 BE)

Betrachtet werden nun folgende Ereignisse:

E_1: „Ein zufällig ausgewähltes Handschuhpaar hat nicht die Größe L.“

E_2: „Es werden gefütterte Handschuhe genommen.“

$E_3 = \overline{E_2 \cup \overline{E_1}}$

Geben Sie die drei Ereignisse E_1, E_2 und E_3 in aufzählender Mengenschreibweise an. Berechnen Sie ferner die Wahrscheinlichkeit, dass E_1 und E_2 gleichzeitig eintreten.

Teilaufgabe 1.3 (6 BE)

Am Nachmittag sind noch genau 20 Paare der gelieferten Handschuhe im Warenkorb. Vereinfacht gelten weiterhin die Wahrscheinlichkeiten aus 1.0.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

E_4: „Es sind noch genau 10 Paare der Größe M vorhanden.“

E_5: „Es sind mindestens sechs und höchstens 12 Paare der Größe S übrig.“

E_6: „Es sind höchstens zwei gefütterte Handschuhpaare in Größe L im Korb.“

Ein Hautarzt wird ca. zwei Wochen nach der Discounter-Aktion hellhörig, als von seinen 150 Patienten, die ihn innerhalb einer Woche konsultieren, genau die Hälfte mit Hautausschlägen an den Händen (A) zu ihm kommt. Bei seinen Nachforschungen stellt er fest, dass ein Drittel aller Patienten die Handschuhe aus dem Discounter trägt (H), von denen 25 über Hautausschlag klagen.

Teilaufgabe 1.4.1 (4 BE)

Erstellen Sie eine Vierfeldertafel und weisen Sie damit nach, dass das Tragen der Handschuhe aus dem Discounter den Ausschlag an den Händen nicht beeinflusst.

Teilaufgabe 1.4.2 (2 BE)

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit $P(A \cup \overline{H})$.

Der Marktleiter eines Discounters beobachtet an einem Tag das Kaufverhalten der Kunden bezüglich der Aktionsartikel. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der gekauften Aktionsartikel pro Kunde an. Bei Verwendung geeigneter Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ gilt hierfür folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,1	a	$2a$	$4a+b$	0,1	b

Teilaufgabe 2.1 (4 BE)

Berechnen Sie die Werte a und b, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 3 Artikel gekauft werden, 40% beträgt.

[Teilergebnis: $a = 0,1$]

Teilaufgabe 2.2 (2 BE)

Stellen Sie, die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X geeignet graphisch dar.

Teilaufgabe 2.3 (5 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallswerte außerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen.

Die Zentrale eines Discounters behauptet, dass in einer bestimmten Filiale die Kundenzufriedenheit bei 70% liegt. Der betroffene Marktleiter glaubt, dass dieser Anteil höher liegt (Gegenhypothese). Deshalb führt er eine Umfrage durch, bei der er 200 Kundenantworten auswertet.

Teilaufgabe 3.1 (6 BE)

Geben Sie zu diesem Test die Testgröße sowie die Nullhypothese an und ermitteln Sie deren größtmöglichen Ablehnungsbereich $\overline{A}$ auf dem 5%-Niveau. Welche Entscheidung legt der Test nahe, wenn von diesen 200 Kunden 152 Zufriedenheit äußern?

Teilaufgabe 3.2 (2 BE)

Erläutern Sie, worin im vorliegenden Fall der Fehler 2. Art besteht.

Lösung

Teilaufgabe 1.1 (4 BE)

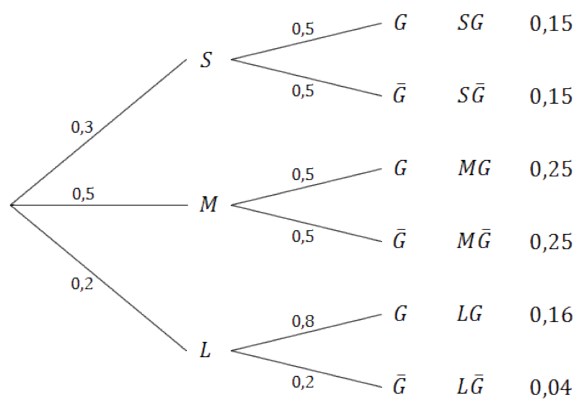
Ein Discounter bietet in der Aktionswoche „Alles rund um's Radeln" unter anderem auch Radl-Handschuhe in den Größen S, M und L an. Die Hälfte der Handschuhpaare wird in Größe M und nur 20% in der Größe L geliefert. Außerdem gibt es in den beiden kleineren Größen jeweils in gleicher Anzahl die Handschuhe in gefütterter (G) und in ungefütterter ($\overline{G}$) Variante. 80% der Handschuhe in Größe L sind gefüttert. Die Auswahl eines Handschuhpaares wird als Zufallsexperiment aufgefasst. Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

Bestimmen Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller sechs Elementarereignisse.

Lösung zu Teilaufgabe 1.1

Baumdiagramm erstellen

Baumdiagramm:



Teilaufgabe 1.2 (5 BE)

Betrachtet werden nun folgende Ereignisse:

E_1: „Ein zufällig ausgewähltes Handschuhpaar hat nicht die Größe L.“

E_2: „Es werden gefütterte Handschuhe genommen.“

$E_3 = \overline{E_2 \cup \overline{E_1}}$

Geben Sie die drei Ereignisse E_1, E_2 und E_3 in aufzählender Mengenschreibweise an. Berechnen Sie ferner die Wahrscheinlichkeit, dass E_1 und E_2 gleichzeitig eintreten.

Lösung zu Teilaufgabe 1.2

Wahrscheinlichkeit

E_1: „Ein zufällig ausgewähltes Handschuhpaar hat nicht die Größe L.“

$E_1 = \{SG\ ;\ S\overline{G}\ ;\ MG\ ;\ M\overline{G}\}$

E_2: „Es werden gefütterte Handschuhe genommen.“

$E_2 = \{SG\ ;\ MG\ ;\ LG\}$

$E_3 = \overline{E_2 \cup \overline{E_1}}$

Vereinfachen mithilfe der De Morganschen Gesetze:

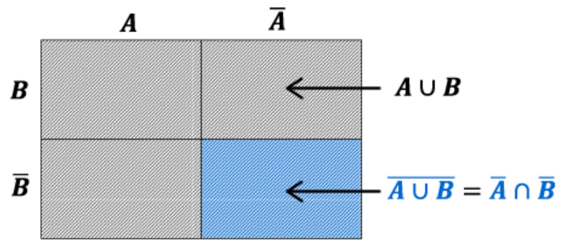
Erläuterung: *De Morgansche Gesetze*

Wird das Gegenereignis einer Verknüpfung mehrerer Ereignisse (z.B. $\overline{A \cup B}$) gebildet, ist die Bedeutung im Sachzusammenhang oft nicht mehr klar ersichtlich.

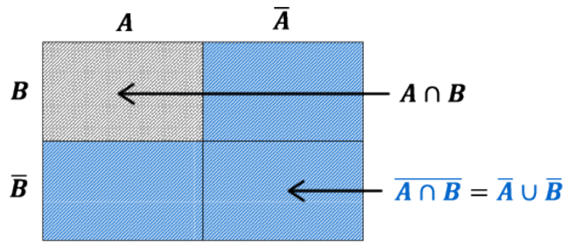
Die Gesetze von De Morgan helfen solche Ausdrücke zu vereinfachen.

Diese lauten wie folgt:

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$



$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$



$E_3 = \overline{\overline{E_2} \cup \overline{E_1}} = \overline{\overline{E_2}} \cap \overline{\overline{E_1}} = \overline{E_2} \cap E_1$

E_3 enthält alle Elemente, die nicht in E_2 und zugleich in E_1 enthalten sind.

$E_3 = \{S\,\overline{G}\ ;\ M\,\overline{G}\}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass E_1 und E_2 gleichzeitig eintreten ist gegeben durch die Schnittwahrscheinlichkeit $P\ (E_1 \cap E_2)$.

$E_1 \cap E_2 = \{S\,G\ ;\ M\,G\}$

$P\ (E_1 \cap E_2) = P(S\,G) + P(M\,G) = 0,15 + 0,25 = 0,4$ (siehe Teilaufgabe 1.1)

Teilaufgabe 1.3 (6 BE)

Am Nachmittag sind noch genau 20 Paare der gelieferten Handschuhe im Warenkorb. Vereinfacht gelten weiterhin die Wahrscheinlichkeiten aus 1.0.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

E_4 : „Es sind noch genau 10 Paare der Größe M vorhanden.“

E_5 : „Es sind mindestens sechs und höchstens 12 Paare der Größe S übrig.“

E_6 : „Es sind höchstens zwei gefütterte Handschuhpaare in Größe L im Korb.“

Lösung zu Teilaufgabe 1.3

Binomialverteilung

Interpretation als Bernoulli-Kette:

Erläuterung: *Bernoulli-Formel*

Die Wahrscheinlichkeit genau k Treffer bei n Versuchen zu erzielen beträgt:

$P(\text{k Treffer}) = P_p^n(Z = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Dabei ist:

$n =$ Anzahl der Versuche
$k =$ Anzahl der Treffer
$p =$ Wahrscheinlichkeit eines Treffers pro Versuch
$1 - p =$ Wahrscheinlichkeit einer Niete pro Versuch

E_4 : „Es sind noch genau 10 Paare der Größe M vorhanden.“

$n = 20$ (20 Handschuhpaare sind noch im Warenkorb)
$p = 0,5$ (Wahrscheinlichkeit für ein Paar Handschuhe der Größe M)
$k = 10$ (10 Handschuhpaare der Größe M sollen sich noch im Warenkorb befinden)

$P\ (E_4) = P_{0,5}^{20}(Z = 10) = \binom{20}{10} \cdot 0,5^{10} \cdot 0,5^{10} \approx 0,17620$

E_5 : „Es sind mindestens sechs und höchstens 12 Paare der Größe S übrig.“

$n = 20$ (20 Handschuhpaare sind noch im Warenkorb)
$p = 0,3$ (Wahrscheinlichkeit für ein Paar Handschuhe der Größe S)
$6 \leq k \leq 12$ (mindestens 6 aber höchstens 12 Handschuhpaare der Größe S sollen sich noch im Warenkorb befinden)

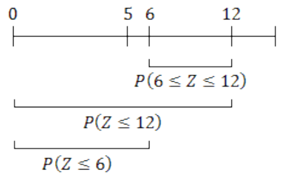
$P\ (E_5) = P(6 \leq Z \leq 12)$

Erläuterung:

Wenn die Zufallsvariable Z zwischen zwei Zahlen a und b liegen soll, dann gilt:

$P(a \leq Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a-1)$

„Obere Grenze minus die um 1 verkleinerte untere Grenze“



$$= P_{0,3}^{20}(Z \leq 12) - P_{0,3}^{20}(Z \leq 5) = 0,99872 - 0,41637 = 0,58235$$

E_6: „Es sind höchstens zwei gefütterte Handschuhpaare in Größe L im Korb.“

$n = 20$ (20 Handschuhpaare sind noch im Warenkorb)
$p = 0,16$ (Wahrscheinlichkeit für ein gefüttertes Paar Handschuhe der Größe L)
$k \leq 2$ (höchstens 2 gefütterte Handschuhpaare der Größe L sollen sich noch im Warenkorb befinden)

$$P\ (E_6) = P(Z=0) + P(Z=1) + P(Z=2)$$

$$= \binom{20}{0} \cdot 0,16^0 \cdot 0,84^{20} + \binom{20}{1} \cdot 0,16^1 \cdot 0,84^{19} + \binom{20}{2} \cdot 0,16^2 \cdot 0,84^{18}$$

$$= 0,03059 + 0,11654 + 0,21087 \approx 0,35800$$

Teilaufgabe 1.4.1 (4 BE)

Ein Hautarzt wird ca. zwei Wochen nach der Discounter-Aktion hellhörig, als von seinen 150 Patienten, die ihn innerhalb einer Woche konsultieren, genau die Hälfte mit Hautausschlägen an den Händen (A) zu ihm kommt. Bei seinen Nachforschungen stellt er fest, dass ein Drittel aller Patienten die Handschuhe aus dem Discounter trägt (H), von denen 25 über Hautausschlag klagen.

Erstellen Sie eine Vierfeldertafel und weisen Sie damit nach, dass das Tragen der Handschuhe aus dem Discounter den Ausschlag an den Händen nicht beeinflusst.

Lösung zu Teilaufgabe 1.4.1

Vierfeldertafel für zwei Ereignisse

Gegeben:

$P(A) = \frac{1}{2}$

$P(H) = \frac{1}{3}$

$P(A \cap H) = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$

Vierfeldertafel:

	A	$\bar{A}$	
H	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
$\bar{H}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

Stochastische Unabhängigkeit

Prüfen auf Stochastische Unabhängigkeit:

Erläuterung: *Stochastische Unabhängigkeit*

Zwei Ereignisse A und H heißen stochastisch unabhängig, wenn

$P(A \cap H) = P(A) \cdot P(H)$

gilt, d.h. wenn die Wahrscheinlichkeit dass beide Ereignisse zusammen auftreten, gleich dem Produkt ihrer Einzelwahrscheinlichkeiten ist.

Die Wahrscheinlichkeiten werden aus der Vier-Felder-Tafel entnommen.

$P(A \cap H) = \frac{1}{6}$

$P(A) \cdot P(H) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow$ Die Ereignisse A und H sind stochastisch unabhängig.

Das Tragen der Handschuhe aus dem Discounter beeinflusst nicht den Hautausschlag.

Teilaufgabe 1.4.2 (2 BE)

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit $P(A \cup \overline{H})$.

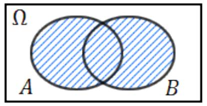
Lösung zu Teilaufgabe 1.4.2

Wahrscheinlichkeit

$P\left(A \cup \overline{H}\right)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass entweder A eintritt, oder $\overline{H}$, oder beides gleichzeitig.

Erläuterung: *Wahrscheinlichkeit einer Vereinigungsmenge*

In untenstehendem Mengendiagramm steht die linke Fläche für das Ereignis A und die rechte Fläche für das Ereignis B.
Das Ereignis $A \cup B$ ist dann die gesamte innere Fläche.



Berechnet man die Wahrscheinlichkeit dieser Vereinigungsmenge, so bildet man die Summe aus den beiden Einzelwahrscheinlichkeiten.
Da man hier die Schnittmenge (mittlere Fläche) doppelt zählen würde, diese jedoch für die Wahrscheinlichkeit nur einmal berücksichtigt werden darf, muss die Wahrscheinlichkeit für die Schnittmenge einmal abgezogen werden.

Für die Wahrscheinlichkeit gilt also:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P\left(A \cup \overline{H}\right) = P(A) + P\left(\overline{H}\right) - P\left(A \cap \overline{H}\right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ (siehe Teilaufgabe 1.4.1)

Teilaufgabe 2.1 (4 BE)

Der Marktleiter eines Discounters beobachtet an einem Tag das Kaufverhalten der Kunden bezüglich der Aktionsartikel. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der gekauften Aktionsartikel pro Kunde an. Bei Verwendung geeigneter Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ gilt hierfür folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0,1	a	$2a$	$4a + b$	0,1	b

Berechnen Sie die Werte a und b, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 3 Artikel gekauft werden, 40% beträgt.

[Teilergebnis: $a = 0,1$]

Lösung zu Teilaufgabe 2.1

Parameterwerte ermitteln

Bedingungen analysieren:

Erläuterung: *Gleichungssystem aufstellen*

Über die gegebenen Bedingungen lassen sich Gleichungen aufstellen, welche die Parameter a und b enthalten. Durch das Lösen des dadurch entstandenen Gleichungssystems erhält man die gesuchten Werte.

- Die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 3 Artikel gekauft werden, soll 40% betragen
  $\Rightarrow \quad P(Z < 3) = P(Z \leq 2) = 0,1 + a + 2a = 0,4$
  $3a = 0,3$
  $a = 0,1$

- Alle Wahrscheinlichkeiten addiert müssen 1 ergeben (Normierung)
  $\Rightarrow \quad 0,1 + a + 2a + 4a + b + 0,1 + b = 1$
  $7a + 2b = 0,8$

  Einsetzen von $a = 0,1$:

  $7 \cdot 0,1 + 2b = 0,8$

  $2b = 0,1$

  $b = 0,05$

Teilaufgabe 2.2 (2 BE)

Stellen Sie, die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X geeignet graphisch dar.

Lösung zu Teilaufgabe 2.2

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Wahrscheinlichkeitsverteilung:

($a = 0,1$, $b = 0,05$ (siehe Teilaufgabe 2.1))

$P(X = 0) = 0,1$

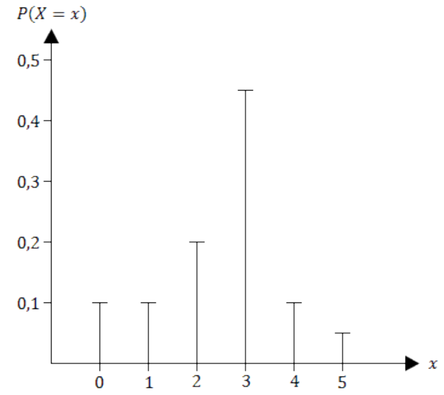
$P(X = 1) = 0,1$

$P(X = 2) = 0,2$

$P(X = 3) = 0,45$

$P(X = 4) = 0,1$

$P(X = 5) = 0,05$



Teilaufgabe 2.3 (5 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallswerte außerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen.

Lösung zu Teilaufgabe 2.3

Erwartungswert und Standardabweichung

Berechnen des Erwartungswertes:

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,1	0,1	0,2	0,45	0,1	0,05

Erläuterung: *Erwartungswert einer Zufallsgröße*

Der Erwartungswert einer Zufallsgröße X bei n möglich eintretenden Ereignissen ist definiert als:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \underbrace{P(X = x_i)}_{p_i} = x_1\,p_1 + x_2\,p_2 + \cdots + x_n\,p_n$$

$$E(X) = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,45 + 4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,05 = 2,5$$

Berechnen der Varianz:

Erläuterung: *Varianz einer Zufallsgröße*

Die Varianz einer Zufallsgröße X bei n möglich eintretenden Ereignissen ist definiert als:

$$Var(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 \cdot p_i = E\left(X^2\right) - E^2(X)$$

$$Var(X) = E\left(X^2\right) - E^2(X)$$

$$E\left(X^2\right) = 0^2 \cdot 0,1 + 1^2 \cdot 0,1 + 2^2 \cdot 0,2 + 3^2 \cdot 0,45 + 4^2 \cdot 0,1 + 5^2 \cdot 0,05 = 7,8$$

$$E^2(X) = 2,5^2 = 6,25$$

$$Var(X) = E\left(X^2\right) - E^2(X) = 7,8 - 6,25 = 1,55$$

Berechnen der Standardabweichung:

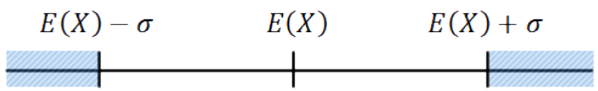
Erläuterung: *Standardabweichung einer Zufallsgröße*

Die Standardabweichung σ einer Zufallsgröße X ist definiert als:

$$\sigma = \sqrt{Var(X)}$$

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{1,55} \approx 1,24$$

Die Zufallswerte sollen außerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen.



Erläuterung: *Gegenereignis*

Betrachtung des Gegenereignisses:

P(außerhalb der Standardabweichung) = 1 - P(innerhalb der Standardabweichung)

In mathematischen Zeichen:

$$P(|X - E(X)| > \sigma) = 1 - P(|X - E(X)| \leq \sigma)$$

$$P(|X - E(X)| > \sigma) = 1 - P(|X - E(X)| \leq \sigma)$$

$$1 - P\left(E(X) - \sigma < X < E(X) + \sigma\right)$$

$$E(X) + \sigma = 2,5 + 1,24 = 3,74$$

$$E(X) - \sigma = 2,5 - 1,24 = 1,26$$

$\Rightarrow \quad 1,26 \leq X \leq 3,74$

Berechnen der Wahrscheinlichkeit:

$$1 - P(|X - E(X)| \leq \sigma) = 1 - P(1,26 \leq X \leq 3,74)$$
$$= 1 - (P(X = 2) + P(X = 3))$$
$$= 1 - (0,2 + 0,45) = 0,35$$

Teilaufgabe 3.1 (6 BE)

Die Zentrale eines Discounters behauptet, dass in einer bestimmten Filiale die Kundenzufriedenheit bei 70% liegt. Der betroffene Marktleiter glaubt, dass dieser Anteil höher liegt (Gegenhypothese). Deshalb führt er eine Umfrage durch, bei der er 200 Kundenantworten auswertet.

Geben Sie zu diesem Test die Testgröße sowie die Nullhypothese an und ermitteln Sie deren größtmöglichen Ablehnungsbereich $\overline{A}$ auf dem 5%-Niveau. Welche Entscheidung legt der Test nahe, wenn von diesen 200 Kunden 152 Zufriedenheit äußern?

Lösung zu Teilaufgabe 3.1

Signifikanztest

Nullhypothese $H_0:\ p \leq 0,7$

H_0 in Worten: Die Kundenzufriedenheit in der Filiale liegt bei höchstens 70%

Stichprobenumfang: $n = 200$

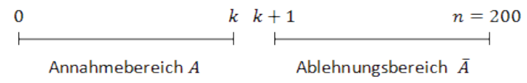
Signifikanzniveau: $\alpha = 0,05$

Annahmebereich von $H_0:\ A = [0\ ;\ k]$

Ablehnungsbereich von $H_0:\ \overline{A} = [k+1\ ;\ 200]$

Erläuterung: *Nullhypothese*

Die Nullhypothese $H_0 : p \geq 0,7$ bedeutet, dass **mindestens** 70% der Kunden Zufriedenheit äußern. Somit liegt der Annahmebereich links und der Ablehnungsbereich rechts.



Erläuterung: *Fehler 1.Art*

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei $p = 0,7$ die Anzahl der zufriedenen Kunden größer als ein bestimmter Schwellwert k ist, soll kleiner sein als $\alpha = 0,05$.

Das ist der Fall wenn H_0 stimmt, das Testergebnis sich jedoch im Ablehnungsbereich befindet, also $Z \geq k+1$. Da H_0 stimmt, rechnet man mit der Wahrscheinlichkeit $p_0 = 0,7$.
(Bemerkung: gilt für die zu verwendende Wahrscheinlichkeit p_0 das Kleiner-Gleich-Zeichen, so wählt man Gleichheitszeichen; in diesem Fall $p_0 = 0,7$)

$\Rightarrow$ Fehler erster Art: $\quad P_{p_0}^{n}(Z \geq k+1) \leq 0,05$

Man spricht von „Fehler erster Art" wenn die Nullhypothese fälschlicherweise abgelehnt wird.

$P(X \geq k+1) \leq 0,05$

$1 - P(X \leq k) \leq 1 - 0,05$

$P(X \leq k) \geq 0,95$

$P_{0,7}^{200}(X \leq k) \geq 0,95$

$k = 151 \quad$ (aus Tafelwerk)

$\Rightarrow$ Maximaler Ablehnungsbereich:
$\overline{A} = \{152; 153; 154; ...; 200\}$

152 Kunden äußern Zufriedenheit.

Die Anzahl der Kunden liegt im Ablehnungsbereich der Nullhypothese.

$\Rightarrow$ In diesem Fall wird die Gegenhypothese angenommen.

Teilaufgabe 3.2 (2 BE)

Erläutern Sie, worin im vorliegenden Fall der Fehler 2. Art besteht.

Lösung zu Teilaufgabe 3.2

Hypothesentest - Fehler zweiter Art

Fehler zweiter Art:

Erläuterung: *Fehler zweiter Art*

Der Fehler zweiter Art besteht in der Annahme der Nullhypothese, obwohl diese nicht zutrifft.

Es ist möglich, dass die Anzahl der Befragten beim Test unterhalb des Schwellwertes k liegt, auch wenn die Wahrscheinlichkeit $p > 0,7$ größer ist.
Aufgrund des Testausgangs schlussfolgert man jedoch, dass p gleich geblieben ist und begeht hiermit einen Fehler. Diesen nennt man den Fehler 2. Art.

Der Fehler zweiter Art besteht darin, dass die Nullhypothese beibehalten wird, obwohl sie falsch ist, d.h. man nimmt weiterhin an, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde Zufriedenheit äußert, 70% beträgt, obwohl dieser Anteil größer ist.