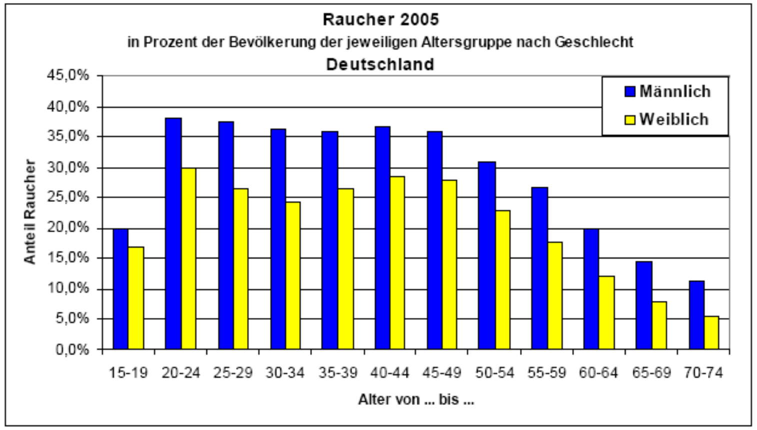
Abitur 2011 G8 Musterabitur Mathematik Stochastik III

Folgendes Diagramm zeigt Daten zum Rauchverhalten in bestimmten Altersgruppen, die das Statistische Bundesamt im Rahmen einer repräsentativen statistischen Erhebung, dem Mikrozensus 2005, veröffentlicht hat.



Dem Diagramm kann man beispielsweise entnehmen, dass 36% der 35-39-jährigen Männer rauchen. Somit kann im Folgenden davon ausgegangen werden, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Mann aus dieser Altersgruppe raucht, 36% beträgt.

Teilaufgabe 1a (2 BE)

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig ausgewählter 20-24-jähriger Mann Nichtraucher?

Teilaufgabe 1b (2 BE)

Wie viel Prozent der Bevölkerung in der Altersgruppe der 20-24-Jährigen rauchen, wenn man davon ausgeht, dass in dieser Altersgruppe gleich viele Frauen und Männer sind?

Teilaufgabe 1c (3 BE)

In einem Zeitungsartikel steht, dass 2005 die Anzahl rauchender Männer im Alter von 40 bis 44 Jahren mit 1,3 Millionen größer war als die entsprechende Anzahl bei den 20-24-Jährigen mit 0,9 Millionen.
Erläutern Sie, inwiefern die Zeitungsmeldung mit dem obigen Diagramm in Einklang stehen kann.

Teilaufgabe 2 (4 BE)

Vier Frauen wurden zufällig ausgewählt. Zwei gehören zur Altergruppe der 20-24-Jährigen und je eine zur Gruppe der 15-19-Jährigen bzw. 60-64-Jährigen Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter ihnen mindestens eine Raucherin ist.

Zehn 20-24-jährige Frauen wurden zufällig ausgewählt.

Teilaufgabe 3a (4 BE)

Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die Ereignisse A: „Unter ihnen sind genau drei Raucherinnen“ und B: „Unter ihnen sind höchstens vier Raucherinnen“.

Teilaufgabe 3b (5 BE)

Ein Skeptiker meint, dass die Raucherrate unter den 20-24-jährigen Frauen höher als $0,3$ ist. Er testet die Nullhypothese $H_0 : p \leq 0,3$, wobei p die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass eine 20-24-jährige Frau raucht. Er stellt jeder der 10 ausgewählten Frauen die Frage „Sind Sie Raucherin?“ und erhält folgendes Antwortprotokoll: „ ja – nein – ja – nein – ja – ja – nein – nein – nein – ja“. Untersuchen Sie, ob das Ergebnis der Befragung die Meinung des Skeptikers auf einem Signifikanzniveau von 5% stützt.

Zehn Raucher entschließen sich zu einer Entwöhnungskur. Zwei von ihnen sind starke Raucher, d. h. ihr Zigarettenkonsum übersteigt 20 Zigaretten pro Tag. Die Erfolgschancen der Behandlung liegen bei einem starken Raucher bei 60%, bei einem nicht starken Raucher bei 70%.

Teilaufgabe 4a (2 BE)

Wählen Sie die beiden Terme aus, welche die Wahrscheinlichkeit beschreiben, dass bei genau fünf der acht nicht starken Raucher die Entwöhnung erfolgreich ist.

(i) $\binom{8}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5$ (ii) $0,7^5 \cdot 0,3^3$ (iii) $1 - \binom{8}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5$

(iv) $\binom{8}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^3$ (v) $\binom{8}{5} \cdot 0,7^5 \cdot 0,3^3$ (vi) $\binom{8}{3} \cdot 0,7^3 \cdot 0,3^5$

Teilaufgabe 4b (5 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Entwöhnung bei mindestens neun Personen der ganzen Gruppe Erfolg hat.

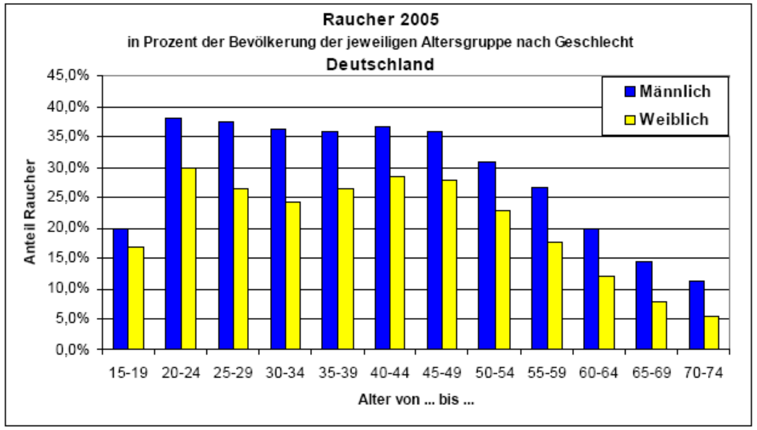
Teilaufgabe 4c (3 BE)

Im Verlauf der Behandlung wird ein Medikament getestet, das die Entwöhnung unterstützen soll. Fünf zufällig ausgewählte Gruppenmitglieder bekommen das Medikament, die anderen ein Placebo.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden starken Raucher das Medikament bekommen.

Lösung

Teilaufgabe 1a (2 BE)

Folgendes Diagramm zeigt Daten zum Rauchverhalten in bestimmten Altersgruppen, die das Statistische Bundesamt im Rahmen einer repräsentativen statistischen Erhebung, dem Mikrozensus 2005, veröffentlicht hat.



Dem Diagramm kann man beispielsweise entnehmen, dass 36% der 35-39-jährigen Männer rauchen. Somit kann im Folgenden davon ausgegangen werden, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Mann aus dieser Altersgruppe raucht, 36% beträgt.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig ausgewählter 20-24-jähriger Mann Nichtraucher?

Lösung zu Teilaufgabe 1a

Wahrscheinlichkeit

R: „Raucher"

$\overline{R}$: „Nichtraucher"

Man ließt aus dem Diagramm ab: $P_{\text{20-24-jähriger Mann}}(R) \approx 38\%$

Über das Gegenereignis folgt: $P_{\text{20-24-jähriger Mann}}(\overline{R}) = 1 - 0,38 = 0,62 = 62\%$

$\Rightarrow$ Ein zufällig ausgewählter 20-24-jähriger Mann ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 62% Nichtraucher.

Teilaufgabe 1b (2 BE)

Wie viel Prozent der Bevölkerung in der Altersgruppe der 20-24-Jährigen rauchen, wenn man davon ausgeht, dass in dieser Altersgruppe gleich viele Frauen und Männer sind?

Lösung zu Teilaufgabe 1b

Wahrscheinlichkeit

R: „Raucher“

$\overline{R}$: „Nichtraucher“

Man ließt aus dem Diagramm ab:

$P_{\text{20-24-jähriger Mann}}(R) \approx 38\%$ und $P_{\text{20-24-jährige Frau}}(R) = 30\%$

Da es in der Altersgruppe der 20-24-jährigen gleich viele Frauen und Männer gibt, kann das arithmetische Mittel der Wahrscheinlichkeiten gebildet werden:

> Erläuterung: *Arithmetisches Mittel*
>
> Das arithmetischen Mittel ist ein Mittelwert.
> Man bildet die Summe aller Werte die zugrunde liegen (z.B Werte x_1, x_2, ... bis x_n) und teilt sie durch die Anzahl der Werte (n).
>
> $$X = \frac{\overbrace{x_1 + x_2 + ... + x_n}^{n-\text{Stück}}}{n}$$

$$P_{\text{20-24-Järigen}}(R) = \frac{P_{\text{20-24-jähriger Mann}}(R) + P_{\text{20-24-jährige Frau}}(R)}{2}$$

$$P_{\text{20-24-Järigen}}(R) = \frac{0,38 + 0,30}{2} = 0,34 = 34\%$$

$\Rightarrow$ Es rauchen 34% der Bevölkerung in der Altergruppe der 20-24-Jährigen

Teilaufgabe 1c (3 BE)

In einem Zeitungsartikel steht, dass 2005 die Anzahl rauchender Männer im Alter von 40 bis 44 Jahren mit 1,3 Millionen größer war als die entsprechende Anzahl bei den 20-24-Jährigen mit 0,9 Millionen.
Erläutern Sie, inwiefern die Zeitungsmeldung mit dem obigen Diagramm in Einklang stehen kann.

Lösung zu Teilaufgabe 1c

Relative und absolute Häufigkeit

Antwort:

Die Zeitungsmeldung kann im Einklang mit dem Diagramm stehen, wenn die (gesamte) Anzahl der Männer im Alter von 40 bis 44 Jahren entsprechend größer gewesen ist als die der Männer im Alter von 20 bis 24 Jahren.

Erläuternde Tabelle:

Erläuterung:

Aus dem Diagramm ist zu entnehmen, dass 38% der 20-24 jährigen und 37% der 40-44 jährigen Männer Raucher sind.

Auf dem ersten Blick scheint es mehr Raucher in der Altersgruppe der 20-24 Jährigen zu geben (da 38 eine größere Zahl ist als 37).

Im (scheinbaren) Widerspruch dazu steht die Aussage der Zeitung. Die Absolutanzahl der Raucher in der Altersgruppe der 40-44 jährigen Männer (1,3 Mio.) ist größer als die Absolutanzahl der Raucher in der Altersgruppe der 20-24 jährigen Männer.

Wenn jedoch die Gesamtzahl der 40-44-jährigen Männer größer gewesen ist als die der 20-24-Jährigen, dann stimmen auch die entsprechenden prozentualen Anteile (relative Häufigkeiten) der Raucher.

	Raucher lt. Diagramm = relative Häufigkeit	Raucher lt. Zeitung = absolute Häufigkeit	Anzahl der Personen pro Altersgruppe = absolute Häufigkeit
20-24 jährige Männer	$P(X) = 38\% = \frac{X}{n}$	$0,9$ Mio. $= X$	$n = \frac{0,9}{0,38} = 2,4$ Mio.
Scheinbarer Widerspruch ⟶	$38\% > 37\%$	$0,9 < 1,3$	$2,4 < 3,5$
40-44 jährige Männer	$P(Y) = 37\% = \frac{Y}{n}$	$1,3$ Mio. $= Y$	$n = \frac{1,3}{0,37} = 3,5$ Mio.

Teilaufgabe 2 (4 BE)

Vier Frauen wurden zufällig ausgewählt. Zwei gehören zur Altergruppe der 20-24-Jährigen und je eine zur Gruppe der 15-19-Jährigen bzw. 60-64-Jährigen Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter ihnen mindestens eine Raucherin ist.

Lösung zu Teilaufgabe 2

Wahrscheinlichkeit

Aus dem Diagramm entnimmt man:

	15-19 jährige Frauen	20-24 jährige Frauen	60-64 jährige Frauen
raucht	17% = 0,17	30% = 0,30	12% = 0,12
raucht nicht	1 − 0,17 = **0,83**	1 − 0,30 = **0,70**	1 − 0,12 = **0,88**

Wahrscheinlichkeit bestimmen:

Erläuterung: *Gegenereignis*

Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(\text{mind. 1 Treffer})$ sollten immer über das Gegenereignis bestimmt werden.

$P(\text{mind. 1 Treffer}) = 1 - P(\text{kein Treffer})$

$P(\text{mindestens 1 Raucherin}) = 1 - P(\text{keine Raucherin})$

$$P(\text{mindestens 1 Raucherin}) = 1 - \underbrace{0,83}_{\text{1 x 15-19 j.}} \cdot \overbrace{0,70 \cdot 0,70}^{\text{2 x 20-24-j.}} \cdot \underbrace{0,88}_{\text{1 x 60-64-j.}}$$

$\Rightarrow P(\text{mindestens 1 Raucherin}) \approx 0,642 = 64,2\%$

Teilaufgabe 3a (4 BE)

Zehn 20-24-jährige Frauen wurden zufällig ausgewählt.

Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die Ereignisse A: „Unter ihnen sind genau drei Raucherinnen“ und B: „Unter ihnen sind höchstens vier Raucherinnen“.

Lösung zu Teilaufgabe 3a

Binomialverteilung

Ereignis A

Text analysieren und Daten herauslesen:

„Zehn 20-24-jährige Frauen wurden zufällig ausgewählt.“ $\Rightarrow n = 10$

" ... genau 3 Raucherinnen" $\Rightarrow Z = 3$

Aus dem Diagramm der Einleitung entnimmt man:
$p = P(\text{20-24 j. Frau raucht}) = 30\% = 0,3$

Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A:

$P(A) = P_{0,3}^{10}(Z = 3)$

Erläuterung: *Bernoulli-Formel*

Die Wahrscheinlichkeit genau k Treffer bei n Versuchen zu erzielen beträgt:

$P(\text{k Treffer}) = P_p^n(Z = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Dabei ist:

$n =$ Anzahl der Versuche
$k =$ Anzahl der Treffer
$p =$ Wahrscheinlichkeit eines Treffers pro Versuch
$1 - p =$ Wahrscheinlichkeit einer Niete pro Versuch

$P(A) = \binom{10}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^7 \approx 0,267$

$\Rightarrow P(A) = 26,7\%$

(Wert kann auch vom Tafelwerk abgelesen werden: $0,26683$)

Ereignis B

Text analysieren und Daten herauslesen:

„Zehn 20-24-jährige Frauen wurden zufällig ausgewählt." $\Rightarrow n = 10$

" ... höchstens 4 Raucherinnen" $\Rightarrow Z \leq 4$

Aus dem Diagramm der Einleitung entnimmt man:
$p = P(\text{20-24 j. Frau raucht}) = 30\% = 0,3$

Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B:

$P(B) = P_{0,3}^{10}(Z \leq 4) \overset{\text{Tafelwerk}}{=} 0,84973$

$\Rightarrow P(B) \approx 85,0\%$

Teilaufgabe 3b (5 BE)

Ein Skeptiker meint, dass die Raucherrate unter den 20-24-jährigen Frauen höher als $0,3$ ist. Er testet die Nullhypothese $H_0 : p \leq 0,3$, wobei p die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass eine 20-24-jährige Frau raucht. Er stellt jeder der 10 ausgewählten Frauen die Frage „Sind Sie Raucherin?" und erhält folgendes Antwortprotokoll: „ ja – nein – ja – nein – ja – ja – nein – nein – nein – ja". Untersuchen Sie, ob das Ergebnis der Befragung die Meinung des Skeptikers auf einem Signifikanzniveau von 5% stützt.

Lösung zu Teilaufgabe 3b

Hypothesentest - Fehler erster Art

Text analysieren und Daten herauslesen:

„Er testet die Nullhypothese..."

$\Rightarrow$ Nullhypothese $H_0 : p_0 \leq 0,3$

„Ein Skeptiker meint, dass die Raucherrate unter den 20-24-jährigen Frauen höher als 0,3 ist"

$\Rightarrow$ Alternative $H_1 : p_1 > 0,3$

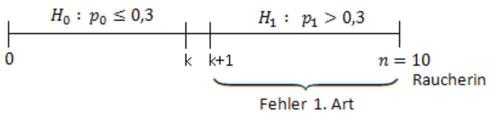
„Er stellt jeder der 10 ausgewählten Frauen die Frage „Sind Sie Raucherin?" "

$\Rightarrow n = 10$ Raucherin

" ...auf einem Signifikanzniveau von 5%..."

$\Rightarrow$ Irrtumswahrscheinlichkeit α (Fehler 1. Art)

Entscheidungsregel erstellen:



Erläuterung: *Fehler 1.Art*

Es soll untersucht werden ob die Meinung des Skeptikers auf einem Signifikanzniveau von 5% gestützt wird, d.h. man soll die Nullhypothese irrtümlich mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 5% verwerfen.

Das ist der Fall wenn H_0 zutrifft, aber man sich im Ablehnungsbereich H_1 befindet, also $Z \geq k+1$. Da H_0 zutrifft, rechnet man mit der Wahrscheinlichkeit $p_0 = 0,3$.

$\Rightarrow$ Fehler erster Art: $\quad P_{0,3}^{10}(Z \geq k+1) \leq 0,05$

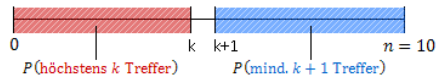
Man spricht von „Fehler erster Art" wenn die Nullhypothese fälschlicherweise abgelehnt wird.

Fehler erster Art:

$P_{0,3}^{10}(Z \geq k+1) \leq 0,05$

Erläuterung: *Gegenereignis*

Betrachtung des Gegenereignisses:



P(mindestens k+1 Treffer) = 1 - P(höchstens k Treffer)

In mathematischen Zeichen:

$P(Z \geq k+1) = 1 - P(Z \leq k)$

$1 - P_{0,3}^{10}(Z \leq k) \leq 0,05$

Erläuterung: *Rechenweg*

$1 - P_{0,3}^{10}(Z \leq k) \leq 0,05 \mid -1$

$-P_{0,3}^{10}(Z \leq k) \leq -0,95 \mid \cdot (-1)$

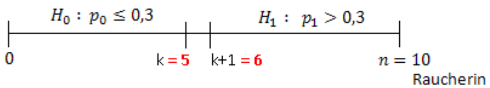
$P_{0,3}^{10}(Z \leq k) \geq 0,95$

Wichtig: Wird eine Ungleichung mit einer negativen Zahl multipliziert, so dreht sich das Relationszeichen um.

$P_{0,3}^{10}(Z \leq k) \geq 0,95$

$\Rightarrow k \geq 5 \qquad$ (Wert wird aus dem Tafelwerk entnommen)

Entscheidungsregel vervollständigen:



Annahmebereich für p_0: $A = \{0, 1, 2, ..., 5\}$

Aus dem Antwortprotokoll entnimmt man: $Z = 5$ Raucherin

$\Rightarrow$ Die Aussage des Skeptikers kann nicht gestützt werden, da $5 \in A$.

Teilaufgabe 4a (2 BE)

Zehn Raucher entschließen sich zu einer Entwöhnungskur. Zwei von ihnen sind starke Raucher, d. h. ihr Zigarettenkonsum übersteigt 20 Zigaretten pro Tag. Die Erfolgschancen der Behandlung liegen bei einem starken Raucher bei 60%, bei einem nicht starken Raucher bei 70%.

Wählen Sie die beiden Terme aus, welche die Wahrscheinlichkeit beschreiben, dass bei genau fünf der acht nicht starken Raucher die Entwöhnung erfolgreich ist.

(i) $\binom{8}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5$ (ii) $0,7^5 \cdot 0,3^3$ (iii) $1 - \binom{8}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5$

(iv) $\binom{8}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^3$ (v) $\binom{8}{5} \cdot 0,7^5 \cdot 0,3^3$ (vi) $\binom{8}{3} \cdot 0,7^3 \cdot 0,3^5$

Lösung zu Teilaufgabe 4a

Binomialverteilung

Text analysieren und Daten herauslesen:

„Die Erfolgschancen der Behandlung liegen (...) bei einem nicht starken Raucher bei 70%.“

$\Rightarrow p = 0,7$

“ ... genau fünf der acht nicht starken Raucher ...“

$\Rightarrow n = 8\,,\ Z = 5$

Wahrscheinlichkeit bestimmen:

Erläuterung: *Bernoulli-Formel*

Die Wahrscheinlichkeit genau k Treffer bei n Versuchen zu erzielen beträgt:

$P(\text{k Treffer}) = P_p^n(Z = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Dabei ist:

$n =$ Anzahl der Versuche
$k =$ Anzahl der Treffer
$p =$ Wahrscheinlichkeit eines Treffers pro Versuch
$1 - p =$ Wahrscheinlichkeit einer Niete pro Versuch

$P_{0,7}^8(Z = 5) = \binom{8}{5} \cdot 0,7^5 \cdot 0,3^3 \quad \Rightarrow \quad$ Term (v)

Ausdruck umformen:

Erläuterung: *Binominialkoeffizient*

Für den Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ gilt: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

In diesem Fall: $\binom{8}{5} = \binom{8}{8-5} = \binom{8}{3}$

$\binom{8}{5} \cdot 0,7^5 \cdot 0,3^3 = \binom{8}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5 \quad \Rightarrow \quad$ Term (i)

Alternative Lösung

Erfolgreiche Entwöhnung bei genau 5 von 8 nicht starken Rauchern bedeutet keine erfolgreiche Entwöhnung bei genau 3 von 8 nicht starken Rauchern.

$p = 1 - 0,7 = 0,3$

$P_{0,3}^8(Z = 3) = \binom{8}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5 \quad \Rightarrow \quad$ Term (i)

Teilaufgabe 4b (5 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Entwöhnung bei mindestens neun Personen der ganzen Gruppe Erfolg hat.

Lösung zu Teilaufgabe 4b

Binomialverteilung

Gruppe mit 10 Rauchern, davon sind 2 starke Raucher (X) und die restlichen 8 nicht starke Raucher (Y).

X und Y sind binomialverteilt (entweder Erfolg beim Abgewöhnen oder kein Erfolg)

Aus der Einleitung der Teilaufgabe 4 geht hervor:

$p_X = P(\text{Erfolg starker Raucher}) = 60\% = 0,60$

$p_Y = P(\text{Erfolg nicht starker Raucher}) = 70\% = 0,70$

Wahrscheinlichkeit bestimmen:

Erläuterung:

Mindestens 9 Personen bedeutet: entweder 9 oder 10.

$P(Z \geq 9) = P(Z = 9) + P(Z = 10)$

Erläuterung:

Der Fall $Z = 9$

9 Personen bestehen entweder aus:

2 starke Raucher (von 2) UND 7 nicht starke Raucher (von 8)

ODER

1 starker Raucher (von 2) UND 8 nicht starker Raucher (von 8)

$\Rightarrow P(Z = 9) = P(X = 2) \cdot P(Y = 7) + P(X = 1) \cdot P(Y = 8)$

Der Fall $Z = 10$

10 Personen bestehen aus 2 starken Raucher (von 2) UND 8 nicht starken Raucher (von 8)

$\Rightarrow P(Z = 10) = P(X = 2) \cdot P(Y = 8)$

$$P(Z \geq 9) = \overbrace{P_{0,60}^{2}(X = 2) \cdot P_{0,70}^{8}(Y = 7) + P_{0,60}^{2}(X = 1) \cdot P_{0,70}^{8}(Y = 8)}^{Z=9} + \underbrace{P_{0,60}^{2}(X = 2) \cdot P_{0,70}^{8}(Y = 8)}_{Z=10}$$

Erläuterung: *Bernoulli-Formel*

Die Wahrscheinlichkeit genau k Treffer bei n Versuchen zu erzielen beträgt:

$$P(\text{k Treffer}) = P_p^n(Z=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Dabei ist:

$n =$ Anzahl der Versuche
$k =$ Anzahl der Treffer
$p =$ Wahrscheinlichkeit eines Treffers pro Versuch
$1-p =$ Wahrscheinlichkeit einer Niete pro Versuch

Achtung: es muss zwischen p_X und p_Y unterschieden werden!

$$P(Z \geq 9) = \begin{array}{c} \overbrace{\binom{2}{2} \cdot 0,60^2 \cdot 0,4^0}^{X=2} \cdot \overbrace{\binom{8}{7} \cdot 0,70^7 \cdot 0,30^1}^{Y=7} \\ + \\ \overbrace{\binom{2}{1} \cdot 0,60^1 \cdot 0,4^1}^{X=1} \cdot \overbrace{\binom{8}{8} \cdot 0,70^8 \cdot 0,30^0}^{Y=8} \\ + \\ \underbrace{\binom{2}{2} \cdot 0,60^2 \cdot 0,4^0}_{X=2} \cdot \underbrace{\binom{8}{8} \cdot 0,70^8 \cdot 0,30^0}_{Y=8} \end{array}$$

$$P(Z \geq 9) = \begin{array}{c} 0,60^2 \cdot 8 \cdot 0,70^7 \cdot 0,30 \\ + \\ 2 \cdot 0,60 \cdot 0,40 \cdot 0,70^8 \\ + \\ 0,60^2 \cdot 0,7^8 \end{array}$$

$\Rightarrow P(Z \geq 9) \approx 12\%$

Teilaufgabe 4c (3 BE)

Im Verlauf der Behandlung wird ein Medikament getestet, das die Entwöhnung unterstützen soll. Fünf zufällig ausgewählte Gruppenmitglieder bekommen das Medikament, die anderen ein Placebo.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden starken Raucher das Medikament bekommen.

Lösung zu Teilaufgabe 4c

Ziehen ohne Reihenfolge ohne Zurücklegen

5 mal Ziehen ohne Reihenfolge und ohne Zurücklegen:

Erläuterung: *Ziehen ohne Reihenfolge und ohne Zurücklegen*

Es handelt sich hier um Ziehen ohne Reihenfolge (wer wann was bekommt ist irrelevant) und ohne Zurücklegen (wenn jemand ein Medikament bekommt, dann bekommt er kein zweites).

Stichwort: „Lottoprinzip" bzw. hypergeometrische Verteilung:

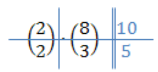
$$P(X) = \frac{\text{Anzahl Treffer} \cdot \text{Anzahl Nieten}}{|\Omega|}$$

2 starke Raucher sollen das Medikament bekommen:
$\Rightarrow |\,\text{Treffer}| = \binom{2}{2}$

3 weitere Personen (aus 8 nicht starke Rauchern) bekommen das Medikament auch:
$\Rightarrow |\,\text{Niete}| = \binom{8}{3}$

5 Personen werden aus 10 gezogen:
$\Rightarrow |\Omega| = \binom{10}{5}$

Merkhilfe zur Kontrolle:



$$P(X=2) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{8}{3}}{\binom{10}{5}} = \frac{56}{252} \approx 22,2\%$$