

## Abitur 2010 Mathematik LK Stochastik III

In einer Einbahnstraße mit drei zunächst leeren Fahrspuren schaltet die Ampel auf Rot. Bis zur nächsten Grünphase kommen nacheinander 13 Autos an dieser Ampel zum Stehen.

### Teilaufgabe 1a (3 BE)

Auf wie viele verschiedene Möglichkeiten können sich die 13 nacheinander eintreffenden Autos auf die drei Fahrspuren aufteilen, wenn die Autos unterschieden werden?

### Teilaufgabe 1b (4 BE)

Wie viele solche Aufteilungen gibt es, wenn jeder Fahrer eine Fahrspur ansteuert, an der möglichst wenige Autos stehen?

An einer Ampel stehen Autos hintereinander. Die Ampel schaltet auf Grün. In einem einfachen Modell geht man davon aus, dass ein Auto erst nach einer gewissen zeitlichen Verzögerung gegenüber dem Auto anfährt, das in der Schlange vor ihm steht. Für die möglichen zeitlichen Verzögerungen sind in diesem Modell vier verschiedene Werte vorgesehen. Die folgende Tabelle gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie jeweils eintreten.

Verzögerung in Sekunden	0,5	1,0	1,5	2,0
Wahrscheinlichkeit	0,2	0,5	0,2	0,1

Diese Tabelle gibt auch die im Modell möglichen zeitlichen Verzögerungen zwischen dem Umschalten der Ampel auf Grün und dem Anfahren des ersten Autos sowie deren Wahrscheinlichkeiten an.

### Teilaufgabe 2a (5 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das vierte Auto in der Schlange 7,0 s nach Beginn der Grünphase anfährt.

### Teilaufgabe 2b (3 BE)

Fassen Sie die Verzögerungen in Sekunden als Werte einer Zufallsgröße  $V$  auf. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $V$ .

### Teilaufgabe 2c (4 BE)

Die Zufallsgröße  $Z$  beschreibt die Zeit in Sekunden, die vom Umschalten der Ampel auf Grün bis zum Anfahren des fünften Autos in der Schlange vergeht. Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung von  $Z$ . Hierbei sollen die beim Anfahren der fünf Autos auftretenden zeitlichen Verzögerungen als unabhängig voneinander angenommen werden.

Durch eine Befragung soll der Anteil  $p$  der Pkw-Halter abgeschätzt werden, die bereit wären, ein Elektroauto zu kaufen, wenn dies vom Staat mit 2500 € bezuschusst wird. Dazu werden 1000 zufällig ausgewählte Pkw-Halter befragt. Wer mit „Ja“ antwortet, wird als Elektroautokäufer (kurz: EAK) bezeichnet.

### Teilaufgabe 3a (4 BE)

Schätzen Sie mit der Ungleichung von Tschebyschow die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass die relative Häufigkeit der EAK unter den 1000 Befragten um weniger als 5 Prozentpunkte von  $p$  abweicht.

### Teilaufgabe 3b (2 BE)

Die Umfrage liefert 220 EAK. Welche Aussage über  $p$  kann auf Grund der Abschätzung aus Teilaufgabe 3a gemacht werden?

### Teilaufgabe 3c (6 BE)

Der Finanzminister vertritt die Hypothese, dass der Anteil  $p$  höchstens 20% beträgt. Kann seine Hypothese bei einem Umfrageergebnis von 220 EAK auf einem Signifikanzniveau von 5% abgelehnt werden? Verwenden Sie die Normalverteilung als Näherung.

An zwei verschiedenen Stellen  $A$  und  $B$  in einer Stadt wurden Geschwindigkeitskontrollen durchgeführt. Dabei wurden an der Stelle  $A$  dreimal so viele Autos kontrolliert wie an der Stelle  $B$ . Die folgenden Tabellen geben Auskunft über die dabei gemachten Beobachtungen (GÜ steht für Geschwindigkeitsübertretung, männlich bzw. weiblich für das Geschlecht des jeweiligen Fahrzeuglenkers):

Stelle A	GÜ	keine GÜ	Stelle B	GÜ	keine GÜ
männlich	4 %	16 %	männlich	40 %	20 %
weiblich	20 %	60 %	weiblich	32 %	8 %

#### Teilaufgabe 4a (4 BE)

Zeigen Sie, dass sowohl an der Stelle  $A$  als auch an der Stelle  $B$  der Anteil derjenigen, die die Geschwindigkeit übertreten haben, unter den Frauen größer ist als unter den Männern.

#### Teilaufgabe 4b (5 BE)

Die örtliche Tageszeitung berichtet: „Die Ergebnisse der beiden Geschwindigkeitskontrollen belegen, dass Frauen häufiger zu schnell fahren als Männer.“ Untersuchen Sie, ob der Anteil derjenigen, die die Geschwindigkeit übertreten haben, unter allen kontrollierten Frauen tatsächlich größer ist als unter allen kontrollierten Männern.

## Lösung

#### Teilaufgabe 1a (3 BE)

In einer Einbahnstraße mit drei zunächst leeren Fahrspuren schaltet die Ampel auf Rot. Bis zur nächsten Grünphase kommen nacheinander 13 Autos an dieser Ampel zum Stehen.

Auf wie viele verschiedene Möglichkeiten können sich die 13 nacheinander eintreffenden Autos auf die drei Fahrspuren aufteilen, wenn die Autos unterschieden werden?

#### Lösung zu Teilaufgabe 1a

#### Ziehen mit Reihenfolge mit Zurücklegen

Daten aus dem Text analysieren:

3 Fahrspuren  
 $\Rightarrow n = 3$

13 unterschiedliche Autos  
 $\Rightarrow k = 13$

Anzahl der Möglichkeiten bestimmen:

Erläuterung: *Ziehen mit Reihenfolge mit Zurücklegen*

13 verschiedene Autos müssen auf 3 Fahrbahnen verteilt werden.  
 Dies entspricht der Situation: „Ziehen mit Zurücklegen unter Berücksichtigung der Reihenfolge“

Es gilt:

Die Anzahl der Möglichkeiten,  $k$  verschiedene (unterscheidbare) Objekte auf  $n$  Urnen zu verteilen, wobei jede Urne beliebig viele Objekte aufnehmen kann, ist gegeben durch:

$$n^k$$

$$|A| = n^k = 3^{13} = 1.594.323$$

⇒ Es gibt 1.594.323 Möglichkeiten 13 Autos auf 3 Spuren zu verteilen

### Teilaufgabe 1b (4 BE)

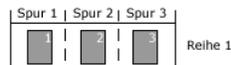
Wie viele solche Aufteilungen gibt es, wenn jeder Fahrer eine Fahrspur ansteuert, an der möglichst wenige Autos stehen?

### Lösung zu Teilaufgabe 1b

#### Kombinatorik

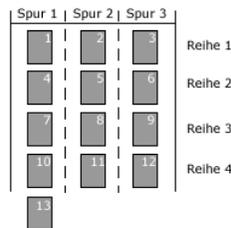
#### Überlegung:

Jeder Fahrer wählt die Fahrspur mit den wenigsten Autos. Folglich werden die ersten 3 Autos alle 3 Fahrspuren belegen und eine Reihe bilden:



Die nächsten 3 Autos bilden auch eine Reihe, die nächsten 3 auch...

Bei 13 Autos, bilden sich also 4 Reihen ( $4 \cdot 3 = 12$ ) und das letzte Auto kann beliebig eine der 3 Fahrspuren wählen.



#### Erläuterung: *Permutation*

Erinnerung:

Die Anzahl der Möglichkeiten,  $n$  verschiedene (unterscheidbare) Objekte so auf  $n$  Urnen zu verteilen, dass in jeder Urne ein Objekt liegt, ist gegeben durch:

$n!$

Jeweils 3 Autos bilden eine Reihe. Die Anzahl der Möglichkeiten 3 Autos auf 3 Fahrspuren zu verteilen ist gegeben durch:

$3!$

Insgesamt bilden sich 4 Reihen!

$$|A| = 3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 3 = 3888$$

⇒ Es gibt 3888 Aufteilungen.

### Teilaufgabe 2a (5 BE)

An einer Ampel stehen Autos hintereinander. Die Ampel schaltet auf Grün. In einem einfachen Modell geht man davon aus, dass ein Auto erst nach einer gewissen zeitlichen Verzögerung gegenüber dem Auto anfährt, das in der Schlange vor ihm steht. Für die möglichen zeitlichen Verzögerungen sind in diesem Modell vier verschiedene Werte vorgesehen. Die folgende Tabelle gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie jeweils eintreten.

Verzögerung in Sekunden	0,5	1,0	1,5	2,0
Wahrscheinlichkeit	0,2	0,5	0,2	0,1

Diese Tabelle gibt auch die im Modell möglichen zeitlichen Verzögerungen zwischen dem Umschalten der Ampel auf Grün und dem Anfahren des ersten Autos sowie deren Wahrscheinlichkeiten an.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das vierte Auto in der Schlange  $7,0$  s nach Beginn der Grünphase anfährt.

Lösung zu Teilaufgabe 2a**Wahrscheinlichkeit**

Ereignis  $A$  : „Das vierte Auto mit 7 Sekunden Verzögerung“

Daten aus dem Text entnehmen:

Verzögerung in Sekunden: 1

Wahrscheinlichkeit dafür:  $p = 0,5$

Verzögerung in Sekunden: 1,5

Wahrscheinlichkeit dafür:  $p = 0,2$

Verzögerung in Sekunden: 2

Wahrscheinlichkeit dafür:  $p = 0,1$

Überlegung:

Wenn das vierte Auto in der Schlange mit einer Verzögerung von 7 Sekunden anfährt, dann gibt es nur 2 Fälle für die einzelnen Verzögerungen:

Entweder gibt es 3 Autos mit jeweils eine Verzögerung von 2 Sekunden und ein Auto mit einer Verzögerung von 1 Sekunde ( $2+2+2+1 = 7$ ), oder 2 Autos mit jeweils 2 Sekunden und 2 Autos mit jeweils 1,5 Sekunden Verzögerung ( $2 + 2 + 1,5 + 1,5 = 7$ )

Wahrscheinlichkeit bestimmen:

$$P(A) = \binom{4}{1} \cdot 0,1^3 \cdot 0,5^1 + \binom{4}{2} \cdot 0,1^2 \cdot 0,2^2 = 0,002 + 0,0024 = 0,0044 = 0,44\%$$

⇒ Die Wahrscheinlichkeit, dass das vierte Auto in der Schlange 7 Sekunden nach der Grünphase anfährt, ist gleich 0,44%

**Teilaufgabe 2b** (3 BE)

Fassen Sie die Verzögerungen in Sekunden als Werte einer Zufallsgröße  $V$  auf. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $V$ .

Lösung zu Teilaufgabe 2b**Erwartungswert einer Zufallsgröße**

Tabelle für die Wahrscheinlichkeitsverteilung erstellen:

$v_i$ (sec)	0,5	1,0	1,5	2,0
$p_i = P(V = v_i)$	0,2	0,5	0,2	0,1
$v_i \cdot p_i$	0,1	0,5	0,3	0,2
$v_i^2 \cdot p_i$	0,05	0,5	0,45	0,4

Erwartungswert bestimmen:

Erläuterung: *Erwartungswert einer Zufallsgröße*

Der Erwartungswert einer Zufallsgröße  $X$  (hier  $V$ ) bei  $n$  Versuchen (hier 4), ist definiert als:

$$E_n(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

In diesem Fall:

$$E(V) = \sum_{i=1}^4 v_i \cdot P(V = v_i)$$

$$E(V) = 0,1 + 0,5 + 0,3 + 0,2 = 1,1 \text{ (Sekunden)}$$

**Varianz einer Zufallsgröße**

$$E(V^2) = \sum_{i=1}^4 v_i^2 p_i = 0,05 + 0,5 + 0,45 + 0,4 = 1,4$$

Varianz bestimmen:

Erläuterung: *Varianz einer Zufallsgröße*

Die Varianz einer Zufallsgröße  $X$  (hier  $V$ ) bei  $n$  Versuchen (hier 4) ist definiert als:

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot p_i = E(X^2) - E^2(X)$$

In diesem Fall:

$$\text{Var}(V) = E(V^2) - E^2(V)$$

$$\text{Var}(V) = 1,4 - 1,1^2 = 0,19$$

#### Teilaufgabe 2c (4 BE)

Die Zufallsgröße  $Z$  beschreibt die Zeit in Sekunden, die vom Umschalten der Ampel auf Grün bis zum Anfahren des fünften Autos in der Schlange vergeht. Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung von  $Z$ . Hierbei sollen die beim Anfahren der fünf Autos auftretenden zeitlichen Verzögerungen als unabhängig voneinander angenommen werden.

#### Lösung zu Teilaufgabe 2c

##### *Erwartungswert einer Zufallsgröße*

Aus Teilaufgabe 2b):

$$E(V) = 1,1 \text{ (Sekunden)}$$

Erwartungswert der Zufallsgröße  $Z$  bestimmen:

$$E(Z) = E(\underbrace{V + V + V + V + V}_{\substack{n=5 \text{ mal} \\ \text{unabhängig}}}) = 5 \cdot E(V) = 5 \cdot 1,1 = 5,5 \text{ (Sekunden)}$$

##### *Standardabweichung einer Zufallsgröße*

Aus Teilaufgabe 2b):

$$\text{Var}(V) = 0,19$$

Varianz der Zufallsgröße  $Z$  bestimmen:

$$\text{Var}(Z) = 5 \cdot \text{Var}(V) = 5 \cdot 0,19 = 0,95$$

Standardabweichung der Zufallsgröße  $Z$  bestimmen:

$$\sigma_Z = \sqrt{\text{Var}(Z)} = \sqrt{0,95} \approx 0,97$$

#### Teilaufgabe 3a (4 BE)

Durch eine Befragung soll der Anteil  $p$  der Pkw-Halter abgeschätzt werden, die bereit wären, ein Elektroauto zu kaufen, wenn dies vom Staat mit 2500 € bezuschusst wird. Dazu werden 1000 zufällig ausgewählte Pkw-Halter befragt. Wer mit „Ja“ antwortet, wird als Elektroautokäufer (kurz: EAK) bezeichnet.

Schätzen Sie mit der Ungleichung von Tschebyschow die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass die relative Häufigkeit der EAK unter den 1000 Befragten um weniger als 5 Prozentpunkte von  $p$  abweicht.

#### Lösung zu Teilaufgabe 3a

##### *Tschebyschow Ungleichung*

$$n = 1000$$

$$\varepsilon = 0,05 \quad (\text{Abweichung})$$

$$p \quad \text{unbekannt}$$

Abschätzung:

Erläuterung: *Tschebyschow Ungleichung*

Tschebyschow Ungleichung bei  $n$  Versuchen mit  $k$  Treffern und einer Trefferwahrscheinlichkeit  $p$ :

$$P\left(\left|\frac{k}{n} - p\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{p \cdot q}{\varepsilon^2 \cdot n} \geq 1 - \frac{1}{4 \cdot \varepsilon^2 \cdot n}$$

Weil  $p$  nicht bekannt ist, verwendet man den letzten Term der Ungleichung für die Abschätzung der Wahrscheinlichkeit.

$$P\left(\left|\frac{k}{1000} - p\right| < 0,05\right) \geq 1 - \frac{1}{4 \cdot 0,05^2 \cdot 1000}$$

$$P\left(\left|\frac{k}{1000} - p\right| < 0,05\right) \geq 0,9$$

⇒ Die Wahrscheinlichkeit, dass die relative Häufigkeit der EAK um weniger als 5 Prozentpunkte von  $p$  abweicht, ist mindestens 90% groß.

### Teilaufgabe 3b (2 BE)

Die Umfrage liefert 220 EAK. Welche Aussage über  $p$  kann auf Grund der Abschätzung aus Teilaufgabe 3a gemacht werden?

### Lösung zu Teilaufgabe 3b

#### *Tschebyschow Ungleichung*

$$n = 1000$$

$$k = 220$$

$$\Rightarrow \text{Relative Häufigkeit } \frac{k}{n} = \frac{220}{1000} = 0,22$$

Abschätzung aus Teilaufgabe 3a):

$$P(|0,22 - p| < 0,05) \geq 0,9$$

$$|0,22 - p| < 0,05 \iff 0,22 - 0,05 < p < 0,22 + 0,05$$

⇒ Mit mindestens 90% Wahrscheinlichkeit liegt  $p$  im Intervall  $]0,17; 0,27[$

### Teilaufgabe 3c (6 BE)

Der Finanzminister vertritt die Hypothese, dass der Anteil  $p$  höchstens 20% beträgt. Kann seine Hypothese bei einem Umfrageergebnis von 220 EAK auf einem Signifikanzniveau von 5% abgelehnt werden? Verwenden Sie die Normalverteilung als Näherung.

### Lösung zu Teilaufgabe 3c

#### *Hypothesentest - Annahmehereich und Ablehnungsbereich*

$$n = 1000$$

Hypothese des Finanzminister:

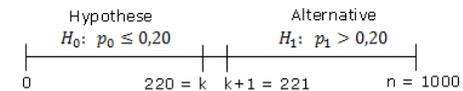
$$p_0 \leq 0,2$$

Alternative:

$$p_1 > 0,2$$

Signifikanzniveau von 5%

Entscheidungsregel:



$$P_{0,2}^{1000}(Z \geq 220) = 1 - P_{0,2}^{1000}(Z \leq 219)$$

Erläuterung: *Normalverteilung*

Normalverteilung als Näherung der Binomialverteilung:

$$P_p^n(Z \leq k) = \Phi\left(\frac{k + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{k + 0,5 - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot q}}\right)$$

Dabei ist:

$\mu = n \cdot p$  der Erwartungswert

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$  die Standardabweichung

0,5 die Stetigkeitskorrektur

$$\approx 1 - \Phi\left(\frac{219 + 0,5 - 1000 \cdot 0,2}{\sqrt{1000 \cdot 0,2 \cdot 0,8}}\right)$$

$$\approx 1 - \Phi(1,54)$$

$$\approx 1 - 0,93822$$

(Wert wird aus den Quantilen des stochastischen Tafelwerks entnommen)

$$\approx 0,06178$$

$$\approx 6,2\%$$

$$> 5\%$$

⇒ Die Hypothese des Finanzministers kann nicht abgelehnt werden.

#### Teilaufgabe 4a (4 BE)

An zwei verschiedenen Stellen *A* und *B* in einer Stadt wurden Geschwindigkeitskontrollen durchgeführt. Dabei wurden an der Stelle *A* dreimal so viele Autos kontrolliert wie an der Stelle *B*. Die folgenden Tabellen geben Auskunft über die dabei gemachten Beobachtungen (GÜ steht für Geschwindigkeitsübertretung, männlich bzw. weiblich für das Geschlecht des jeweiligen Fahrzeuglenkers):

Stelle A	GÜ	keine GÜ	Stelle B	GÜ	keine GÜ
männlich	4 %	16 %	männlich	40 %	20 %
weiblich	20 %	60 %	weiblich	32 %	8 %

Zeigen Sie, dass sowohl an der Stelle *A* als auch an der Stelle *B* der Anteil derjenigen, die die Geschwindigkeit übertreten haben, unter den Frauen größer ist als unter den Männern.

#### Lösung zu Teilaufgabe 4a

Vier Felder Tafel für zwei Ereignisse

Stelle A	GÜ	keine GÜ	Stelle B	GÜ	keine GÜ
männlich	4 %	16 %	männlich	40 %	20 %
weiblich	20 %	60 %	weiblich	32 %	8 %

A	GÜ	$\overline{GÜ}$	
M	$P(M \cap GÜ) = 0,04$	$P(M \cap \overline{GÜ}) = 0,16$	$P(M) = 0,20$
W	$P(W \cap GÜ) = 0,20$	$P(W \cap \overline{GÜ}) = 0,60$	$P(W) = 0,80$
	$P(GÜ) = 0,24$	$P(\overline{GÜ}) = 0,76$	1

B	GÜ	$\overline{GÜ}$	
M	$P(M \cap GÜ) = 0,40$	$P(M \cap \overline{GÜ}) = 0,20$	$P(M) = 0,60$
W	$P(W \cap GÜ) = 0,32$	$P(W \cap \overline{GÜ}) = 0,08$	$P(W) = 0,40$
	$P(GÜ) = 0,72$	$P(\overline{GÜ}) = 0,28$	1

**Bedingte Wahrscheinlichkeit**

Wahrscheinlichkeiten bestimmen:

Erläuterung: *Bedingte Wahrscheinlichkeit*Die Bezeichnung  $P_M(\text{GÜ})$  bzw.  $P_F(\text{GÜ})$  bedeutet:Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses  $\text{GÜ}$  unter der Bedingung, dass das Ereignis  $M$  bzw.  $F$  bereits eingetreten ist.

Diese Wahrscheinlichkeit heißt bedingte Wahrscheinlichkeit.

Nach der Bayes'sche Regel, gilt:

$$P_M(\text{GÜ}) = \frac{P(M \cap \text{GÜ})}{P(M)}$$

Stelle A:

$$P_M(\text{GÜ}) = \frac{P(M \cap \text{GÜ})}{P(M)} = \frac{0,04}{0,20} = \frac{1}{5} = 20\%$$

$$P_F(\text{GÜ}) = \frac{P(F \cap \text{GÜ})}{P(F)} = \frac{0,20}{0,80} = \frac{1}{4} = 25\%$$

$$\Rightarrow P_F(\text{GÜ}) > P_M(\text{GÜ})$$

$\Rightarrow$  Der Anteil der Frauen, die die Geschwindigkeit an der Stelle A überschritten haben, ist größer als der der Männer

Stelle B:

$$P_M(\text{GÜ}) = \frac{P(M \cap \text{GÜ})}{P(M)} = \frac{0,40}{0,60} = \frac{10}{15}$$

$$P_F(\text{GÜ}) = \frac{P(F \cap \text{GÜ})}{P(F)} = \frac{0,32}{0,40} = \frac{12}{15}$$

$$\Rightarrow P_F(\text{GÜ}) > P_M(\text{GÜ})$$

$\Rightarrow$  Der Anteil der Frauen, die die Geschwindigkeit an der Stelle B überschritten haben, ist größer als der der Männer

**Teilaufgabe 4b** (5 BE)

Die örtliche Tageszeitung berichtet: „Die Ergebnisse der beiden Geschwindigkeitskontrollen belegen, dass Frauen häufiger zu schnell fahren als Männer.“ Untersuchen Sie, ob der Anteil derjenigen, die die Geschwindigkeit übertreten haben, unter allen kontrollierten Frauen tatsächlich größer ist als unter allen kontrollierten Männern.

**Lösung zu Teilaufgabe 4b****Vier Felder Tafel für zwei Ereignisse**

Aus Teilaufgabe 4a):

<b>A</b>	GÜ	$\overline{\text{GÜ}}$	
<b>M</b>	$P(M \cap \text{GÜ}) = 0,04$	$P(M \cap \overline{\text{GÜ}}) = 0,16$	$P(M) = 0,20$
<b>W</b>	$P(W \cap \text{GÜ}) = 0,20$	$P(W \cap \overline{\text{GÜ}}) = 0,60$	$P(W) = 0,80$
	$P(\text{GÜ}) = 0,24$	$P(\overline{\text{GÜ}}) = 0,76$	1

<b>B</b>	GÜ	$\overline{\text{GÜ}}$	
<b>M</b>	$P(M \cap \text{GÜ}) = 0,40$	$P(M \cap \overline{\text{GÜ}}) = 0,20$	$P(M) = 0,60$
<b>W</b>	$P(W \cap \text{GÜ}) = 0,32$	$P(W \cap \overline{\text{GÜ}}) = 0,08$	$P(W) = 0,40$
	$P(\text{GÜ}) = 0,72$	$P(\overline{\text{GÜ}}) = 0,28$	1

**Bedingte Wahrscheinlichkeit**

Wahrscheinlichkeiten bestimmen:

Erläuterung: *Bedingte Wahrscheinlichkeit*

Die Bezeichnung  $P_M(\text{GÜ})$  bzw.  $P_F(\text{GÜ})$  bedeutet:

Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses  $\text{GÜ}$  unter der Bedingung, dass das Ereignis  $M$  bzw.  $F$  bereits eingetreten ist.

Diese Wahrscheinlichkeit heißt bedingte Wahrscheinlichkeit.

Nach der Bayes'sche Regel, gilt:

$$P_M(\text{GÜ}) = \frac{P(M \cap \text{GÜ})}{P(M)}$$

$$P_M(\text{GÜ}) = \frac{3 \cdot \overbrace{P(M \cap \text{GÜ})}^{\text{Stelle A}} + \overbrace{P(M \cap \text{GÜ})}^{\text{Stelle B}}}{3 \cdot \underbrace{P(M)}_{\text{Stelle A}} + \underbrace{P(M)}_{\text{Stelle B}}} = \frac{3 \cdot 0,04 + 0,40}{3 \cdot 0,20 + 0,60} = \frac{0,52}{1,20} = \frac{13}{30} = 43,3\%$$

$$P_W(\text{GÜ}) = \frac{3 \cdot \overbrace{P(W \cap \text{GÜ})}^{\text{Stelle A}} + \overbrace{P(W \cap \text{GÜ})}^{\text{Stelle B}}}{3 \cdot \underbrace{P(W)}_{\text{Stelle A}} + \underbrace{P(W)}_{\text{Stelle B}}} = \frac{3 \cdot 0,20 + 0,32}{3 \cdot 0,80 + 0,40} = \frac{0,92}{2,80} = \frac{23}{70} = 32,9\%$$

$$\Rightarrow P_M(\text{GÜ}) > P_W(\text{GÜ})$$

$\Rightarrow$  Die Aussage der Tageszeitung stimmt nicht