

Abitur 1985 Mathematik GK Infinitesimalrechnung II

Gegeben ist die Funktion

$$f : x \mapsto \frac{e^x - 2}{e^x + 1},$$

$D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph sei mit G_f bezeichnet.

1. (a) Ermitteln Sie die Gleichungen der beiden zur x -Achse parallelen Asymptoten und die Schnittpunkte von G_f mit den Koordinatenachsen. (6 BE)
- (b) Bilden Sie die 1. Ableitung $f'(x)$, und untersuchen Sie das Monotonieverhalten von f . Geben Sie die Wertemenge von f an.
[Zur Kontrolle: $f'(x) = \frac{3e^x}{(e^x + 1)^2}$] (5 BE)
- (c) Bilden Sie die 2. Ableitung $f''(x)$. Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von G_f und bestimmen Sie hieraus den Wendepunkt. Stellen Sie die Gleichung der Wendetangente auf.
[Zur Kontrolle: $f''(x) = -\frac{3(e^x - 1)e^x}{(e^x + 1)^3}$] (12 BE)
- (d) Zeichnen Sie G_f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse im Bereich $-2 \leq x \leq 4$ (Längeneinheit 2 cm, Funktionswerte für $x = \pm 1, \pm 2, 3$ und 4 berechnen!). Tragen Sie die Asymptoten und die Wendetangente in die Figur ein. (6 BE)
2. (a) Zeigen Sie, dass $F : x \mapsto 3 \cdot \ln(e^x + 1) - 2x$, $D_F = \mathbb{R}$, eine Stammfunktion von f ist. (3 BE)
- (b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die von G_f , der y -Achse und den Geraden $y = 1$ und $x = 4$ begrenzt wird (Ergebnis auf drei Dezimalstellen genau). (8 BE)