Hessen-2008-Stochastik-C2-LK

1. Die Befragung kann als ein Bernoulli- oder binomialverteiltes Zufallsexperiment aufgefasst werden, weil nur ja-nein geantwortet werden darf.
   X=k soll bedeuten, dass k Personen die Sendung bekannt ist. Mit p=0,25 und n=20 ergibt sich:

   A: $P(X=6)=\binom{20}{6}\cdot 0{,}25^6\cdot 0{,}75^{14}\approx 0{,}1686$

   B: $P(X\le 10)=F(20;0{,}25;10)=0{,}9661$ ermittelt aus einer F(n;p;k)-Binomialtabelle oder

   Näherung durch Φ-Funktion mit μ=5; σ=1,9365: $\Phi\left(\frac{10-5}{1{,}9365}\right)=\Phi(2{,}582)=0{,}995$

   C: $P=0{,}25^2\cdot 0{,}75^{18}=0{,}00035$

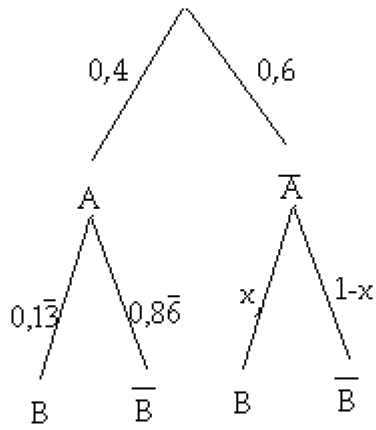
2. Gesucht ist für p=0,02 die Anzahl n der zu befragenden Personen mit der Wahrscheinlichkeit P(X>0)=0,9:

   $P(X>0)=0{,}9\Leftrightarrow 1-P(X=0)=0{,}9\Leftrightarrow P(X=0)=0{,}1\Leftrightarrow \binom{n}{0}\cdot 0{,}02^0\cdot 0{,}98^n=0{,}1\Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow 0{,}98^n=0{,}1\Leftrightarrow n\cdot\ln 0{,}98=\ln 0{,}1\Leftrightarrow n=\frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}98}\Leftrightarrow \underline{n\approx 113{,}9}$. Es müssen also mindestens 114 Personen befragt werden!

3. A: Anzahl der Befragten bis zu 30Jahre
   B: Anzahl der Befragten, denen die Sendung bekannt ist. Dann ist

   $P(A)=0{,}4$; $P(B)=0{,}2$; $P(B\mid A)=\frac{2}{15}$.

   Mit Hilfe des Baumdiagramms kann man berechnen:

   - . $P(B\mid\overline{A})=x$ aus der Gleichung
     $0{,}4\cdot 0{,}1\overline{3}+0{,}6\cdot x=0{,}2 \Rightarrow x=0{,}2\overline{4}$

   Mit Hilfe des Bayes-Formel kann man berechnen:

   - $P(\overline{A}\mid B)=\frac{P(B\mid\overline{A})\cdot P(\overline{A})}{P(B)}=\frac{0{,}2\overline{4}\cdot 0{,}6}{0{,}2}=0{,}7\overline{3}$ =. der Anteil der über 30-Jährigen, die die Sendung kennen.
   - $P(A\mid\overline{B})=\frac{P(\overline{B}\mid A)\cdot P(A)}{P(\overline{B})}=\frac{0{,}8\overline{6}\cdot 0{,}4}{0{,}8}=0{,}4\overline{3}$ = die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person höchsten 30 Jahre ist, wenn sie die Sendung nicht kennt.

4.
   Prüfhypothese $H_0: p=0{,}2$ Alternativhypothese $H_1: p<0{,}2$ Mit n=1000 und α=5%
   Wir berechnen wir den Ablehnungsbereich aus $P(X\le k)=F(1000;0{,}2;k)=0{,}05$ .Aus der Binomialtabelle entnimmt man $F(1000;0{,}2;178)=0{,}043$ und $F(1000;0{,}2;179)=0{,}051$
   Die Prüfhypothese wird also verworfen, wenn sich beim Test von 1000 Personen weniger als 179 Personen die Sendung als bekannt einstufen.
   Zum selben Ergebnis kommt man wenn man einen rechtsseitigen Test für $H_1: p>0{,}2$ durchführt. Man berechnet $P(X\ge k')=1-P(X\le k'-1)=1-F(1000;0{,}2;k'-1)=0{,}95\Leftrightarrow$
   $F(1000;0{,}2;k'-1)=0{,}05$