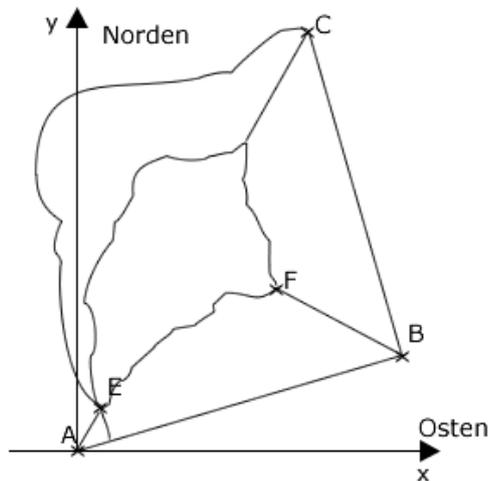


Abitur 2013 Mathematik GK Geometrie Aufgabe B2

Bei Ausgrabungen wurden die Überreste einer 4500 Jahre alten Pyramide entdeckt. Die Abbildung zeigt die Ansicht der Pyramidenruine von oben, also den Grundriss unter Berücksichtigung der Himmelsrichtungen. Für die noch erkennbaren Eckpunkte der Pyramide ergeben sich die Koordinatendarstellungen $A(0|0|0)$, $B(24|7|0)$ und $C(17|31|0)$. Außerdem konnten die Koordinaten weiterer Pyramidenpunkte auf zwei Seitenkanten rekonstruiert werden. Auf der von A ausgehenden Kante \overline{AE} liegt der Punkt $E(1, 7|3, 1|3)$ und auf der von B ausgehenden Kante \overline{BF} der Punkt $F(14, 7|12, 1|9)$. (Angaben in Metern)



Teilaufgabe 1.1 (7 BE)

Zeigen Sie, dass die Punkte A , B und C Eckpunkte eines Quadrates sein können.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Quadrats.
Bestimmen Sie die Koordinaten des vierten Quadrateckpunktes D .

Teilaufgabe 1.2 (7 BE)

Aus den Überresten soll die ursprüngliche Höhe der Pyramide bestimmt werden. Ermitteln Sie die Koordinaten der ursprünglichen Spitze S der Pyramide und geben Sie die ursprüngliche Höhe der Pyramide an.
[zur Kontrolle: $S(8, 5|15, 5|15)$]

Teilaufgabe 2. (5 BE)

Aus Aufzeichnungen ist bekannt, dass in der Pyramidengrunde ebene ein Opferplatz lag, dessen Überreste zerstört wurden.

Am Tag der Sommersonnenwende fiel den Aufzeichnungen zufolge zu einem bestimmten Zeitpunkt der Schatten der Pyramidenspitze genau auf den Mittelpunkt M des Opferplatzes.

Die Richtung der Sonnenstrahlen lässt sich zu diesem Zeitpunkt durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4,8 \\ -1,4 \\ -3 \end{pmatrix}$

beschreiben.

Bestimmen Sie aus den bekannten Informationen den Mittelpunkt M des Opferplatzes.

Die Parameterform einer Ebene E , die eine der Pyramidenflächen enthält, lautet:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 17 \\ 31 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -8,5 \\ -15,5 \\ 15 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R}$$

Teilaufgabe 3.1 (4 BE)

Ermitteln Sie, welche Seitenfläche der Pyramide in der Ebene E liegt.

Teilaufgabe 3.2 (2 BE)

Erklären Sie die geometrische Bedeutung der folgenden Gleichungen (1) und (2) im Sachzusammenhang.

$$(1) \quad \begin{pmatrix} -8,5 \\ -15,5 \\ 15 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 144 \\ 42 \\ 125 \end{pmatrix} = 0$$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} 7 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 144 \\ 42 \\ 125 \end{pmatrix} = 0$$

Teilaufgabe 3.3 (5 BE)

Gegeben sind die Vektoren $\vec{h} = \begin{pmatrix} 144 \\ 42 \\ 125 \end{pmatrix}$ und $\vec{r} = \begin{pmatrix} 42 \\ -144 \\ 125 \end{pmatrix}$, wobei \vec{r} orthogonal zur

Pyramidenseitenfläche ABS verläuft.

Berechnen Sie den Winkel, den die Vektoren \vec{h} und \vec{r} einschließen, und deuten Sie das Ergebnis geometrisch im Sachzusammenhang.