Aufgabe C2 Landesabitur Hessen 2011 GK

Aufgabe 1. (6 BE)

Jedes 5. Spielzeug ist bei der Überprüfung durchgefallen. Die Anzahl der insgesamt beanstandeten Spiele ist also:

$$n_d = 150 \cdot \frac{1}{5} = 30 \quad (*)$$

In 16 Proben waren Schadstoffe die Ursache der Mangelbewertung d.h.

$$n_s = 16 \quad (**)$$

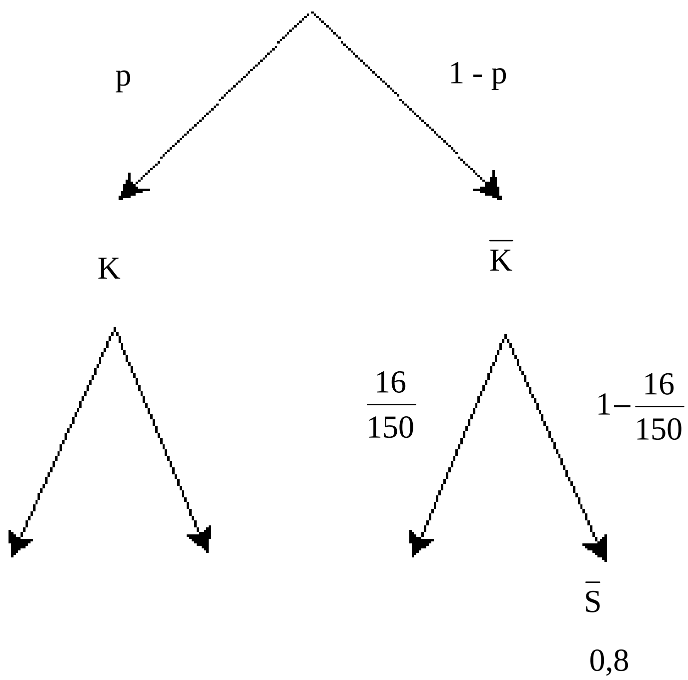
Häufigster Schwachpunkt waren allerdings defekte Kleinteile.

Sei n_k die Anzahl der Spielsachen mit defekten Kleinteilen, so folgt aus $(**)$ $n_k \geq 17$.

Da aber wegen (*) $n_k \leq 30$ sein muss, ist die einzig mögliche der 3 Lösungen $n_k = 21$.

Aufgabe 2. (11 BE)

Ein Baumdiagramm hilft bei der Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeit.



 © Abiturloesung.de

Mit den Bezeichnungen :

K - defekte Kleinteile
$\overline{K}$ - keine defekten Kleinteile
S - Schadstoffe enthalten und
$\overline{S}$ - keine Schadstoffe enthalten

ergibt sich die gegebene Gleichung als Anwendung der Pfadregel. Ein Spielzeug fällt genau dann nicht durch, wenn es durch den Pfad $(\overline{K},\overline{S})$ charakterisiert werden kann.
Die zugehörige Rechnung liefert für *p* den Wert $p \approx 0{,}104$.

$$\begin{aligned}
(1-p)\cdot\left(1-\frac{16}{150}\right) &= 0{,}8 \\
(1-p)\cdot\frac{134}{150} &= 0{,}8 \quad \Big|\cdot\frac{150}{134} \\
1-p &= \frac{120}{134} \\
p &= 1-\frac{120}{134} = \frac{14}{134} \approx 0{,}104
\end{aligned}$$

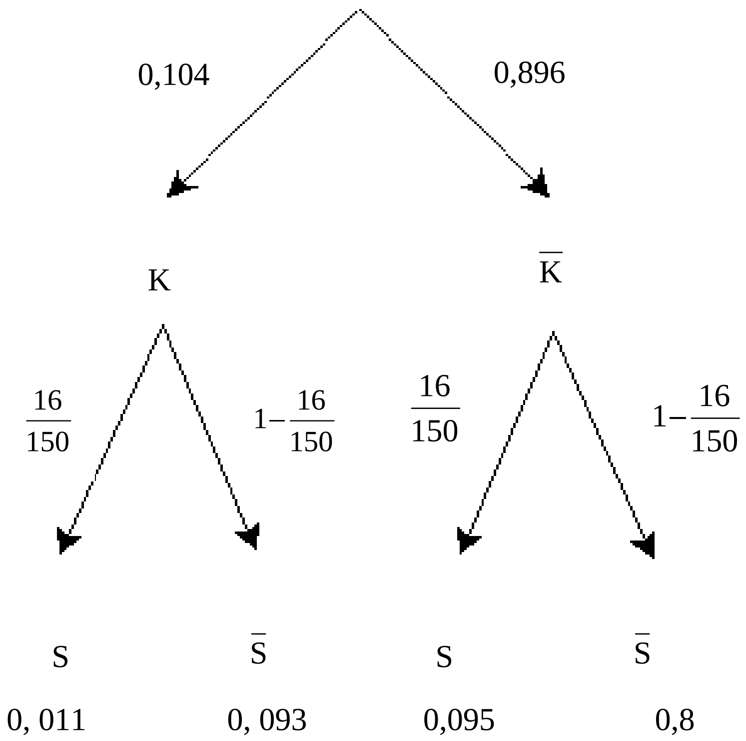
Voraussetzungen, dass der Ansatz gültig ist :

1) es treten nur „K“ und „S“ als Gründe für ein Durchfallen auf und
2) die Mängel „K“ und „S“ treten unabhängig voneinander auf,

denn nur dann gilt die Regel $p(K\cap S) = p(K)\cdot p(S)$

 © Abiturloesung.de

Das vollständige Baumdiagramm hat dann folgendes Aussehen:



Aufgabe 3.1 (7 BE)

Zufallsgröße X	Anzahl der defekten Spielzeuge bei einem Stichprobenumfang von $n = 100$
Nullhypothese H_0	$p \geq 0{,}10$ (d.h. die Wahrscheinlichkeit ein defektes Spielzeug zu finden, ist größer als 10 %)
Vermutung der Firma	Weniger als 10 % der Spielzeuge aus deutscher Herkunft weist Mängel auf
Testcharakteristik	linksseitig, da der Ablehnungsbereich von H_0 „links“ liegt
Fehler 1. Art (α - Fehler)	Die Behauptung der Firma wird als bestätigt angesehen, obwohl mindestens jedes zehnte Spielzeug mangelhaft ist. (d.h. mit anderen Worten die Nullhypothese wird abgelehnt, obwohl sie richtig ist)
	$\alpha = p_{H_0}(X \leq 5) = F(100;\, 0{,}1; 5) \approx 0{,}0576$ (lt. Tabelle)

© Abiturloesung.de

Skizze dazu :

A : Ablehnungsbereich der Nullhypothese *B* : Annahmebereich der Nullhypothese

α kann auch geringer als 0,0576 sein, falls die ja nicht genau bekannte Wahrscheinlichkeit für *p* größer als $p = 0{,}1$ sein sollte.

Aufgabe 3.2 (6 BE)

Bei einem Signifikanzniveau von 1 % darf der α - Fehler maximal 0,01 sein.

Gesucht ist also die sogenannte kritische Zahl, so dass $p_{Ho}\left(X \le k\right) \le 0{,}01$ ist.

Skizze dazu

Das heißt: $p_{Ho}\left(X \le k\right) \le 0{,}01 \Leftrightarrow F\left(100;0{,}1;k\right) \le 0{,}01$

Die Tabelle liefert dazu die Werte

$F\left(100;0{,}1;4\right) \approx 0{,}0237$

$F\left(100;0{,}1;3\right) \approx 0{,}0078 < 0{,}01$

also $k = 3$

Interpretation : Sind maximal 3 Spielzeuge zu beanstanden, so kann die Nullhypothese auf einem Signifikanzniveau (mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit) von höchstens 1 % abgelehnt werden.

Die Firma hätte dann mit ihrer Behauptung recht, denn k = 3 liegt im Ablehnungsbereich der Nullhypothese. Die Alternativhypothese p < 0,1 ist also anzunehmen.

 © Abiturloesung.de