

Abitur 2010 Mathematik GK Infinitesimalrechnung Aufgabe A2

Die Kosten im Gesundheitswesen eines Landes betragen im Jahr 2008 rund 20 Milliarden Euro. Unter der Annahme unveränderter Rahmenbedingungen wird eine Prognose für die zukünftige Entwicklung der jährlichen Kosten im Gesundheitswesen aufgestellt.

Die jährlichen Kosten im Jahr t werden näherungsweise durch die Wachstumsfunktion k mit $k(t) = 20 \cdot e^{0,02 \cdot t}$ beschrieben. Dabei sei die Variable t die Zeit nach 2008 (t in Jahren, $k(t)$ in Mrd. € pro Jahr).

Teilaufgabe 1.1 (15 BE)

Berechnen Sie auf der Grundlage der gegebenen Wachstumsfunktion k den Betrag, um den die prognostizierten jährlichen Gesundheitskosten von 2014 auf 2015 steigen werden.

Teilaufgabe 1.2

Berechnen Sie mit der gegebenen Funktion k das Jahr, für das die prognostizierten Gesundheitskosten erstmals die Grenze von 35 Milliarden Euro pro Jahr überschreiten.

Teilaufgabe 1.3

Bestimmen Sie mit Hilfe der Funktion k das Jahr, in dem der Anstieg der (prognostizierten) jährlichen Gesundheitskosten erstmals mehr als 0,8 Mrd. €/Jahr beträgt.

Teilaufgabe 2.1 (14 BE)

Weisen Sie nach, dass $K(t) = 1000 \cdot e^{0,02 \cdot t}$ eine mögliche Stammfunktion von k ist, und berechnen Sie damit den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion k und der positiven t -Achse im Intervall $[0; 20]$.

Teilaufgabe 2.2

Für die Berechnung des Inhalts der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion k und der positiven t -Achse im Intervall $[0; 20]$ stehen zwei Modelle zur Verfügung:

- (A) Bildung der Obersumme aus 10 geeigneten Summanden,
- (B) Bestimmung eines geeigneten Integrals.

Vergleichen Sie – ohne weitere Rechnungen auszuführen – jeweils den exakten Flächeninhalt mit dem nach Modell (A) bzw. Modell (B) bestimmten Wert.

Teilaufgabe 2.3

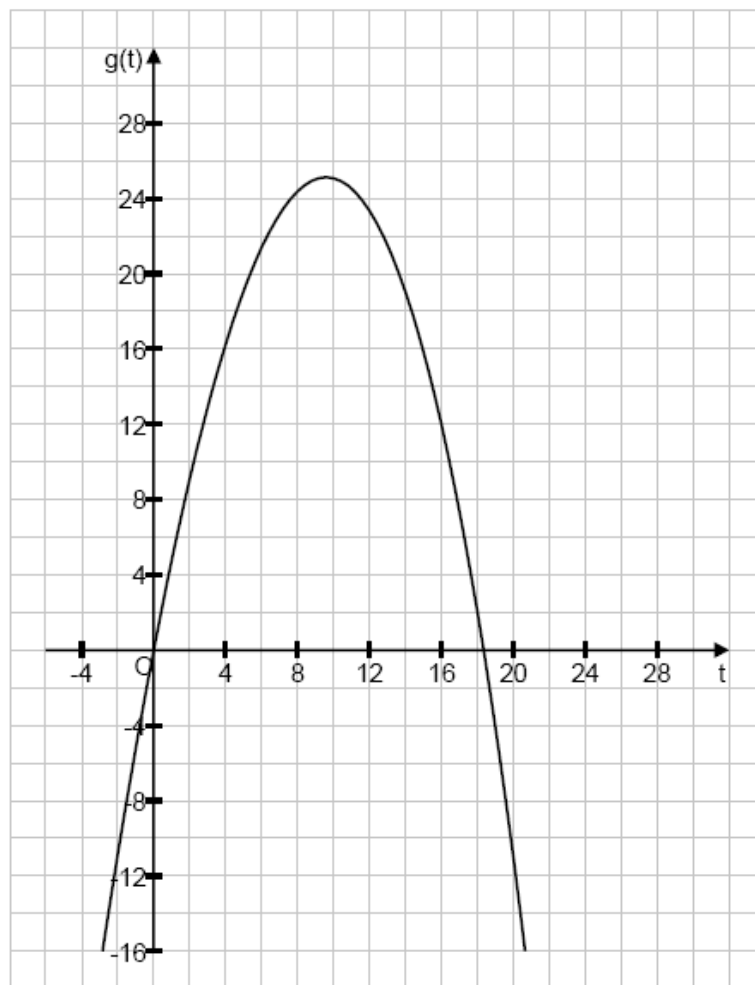
Erläutern Sie im Sachzusammenhang die Bedeutung des Inhalts der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion k und der positiven t -Achse im Zeitintervall $[0; 20]$.

Eine private Krankenkasse hat die Entwicklung ihrer Einnahmen und Ausgaben analysiert. Die jährlichen Ausgaben der Krankenkasse werden durch a mit $a(t) = 500 \cdot e^{0,03 \cdot t}$ und die jährlichen Einnahmen durch e mit $e(t) = 20t + 500$ prognostiziert (t in Jahren nach 2008, $a(t)$ und $e(t)$ in Mio. €/Jahr).

Teilaufgabe 3.1 (11 BE)

Ermitteln Sie durch eine Rechnung, in welchem Jahr der prognostizierte jährliche Gewinn $g = e - a$ der Krankenkasse am größten ist (Graph von g in Material 1).

Material 1



Teilaufgabe 3.2

Deuten Sie die Gleichung $\int_0^T (e(t) - a(t)) dt = 0$ im Sachzusammenhang.