

Hessen-2010-Infinitesimalrechnung (Analysis)- A2-LK

1.1. Es müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

(1) Die Punkte P(0|0) und Q(6|4) sind Punkte von f.

(2) Die Steigung in P muss 1 und die Steigung in Q muss 0 sein

→ Es muss mindestens ein Polynom 3. Grades sein: $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ →

$f'(x) = 3a_3x^2 + 2a_2x + a_1$ und damit:

$$(1) f(0) = a_0 = 0 \quad (1') f(6) = 216a_3 + 36a_2 + 6 = 4 \rightarrow 216a_3 + 36a_2 = -2$$

$$(2) f'(0) = a_1 = 1 \quad (2') f'(6) = 108a_3 + 12a_2 + 1 = 0 \rightarrow 108a_3 + 12a_2 = -1$$

$$(1') - 2(2'): 12a_2 = 0 \rightarrow a_2 = 0$$

$$(2') 108a_3 = -1 \rightarrow a_3 = -\frac{1}{108}$$

$$\text{also: } f(x) = -\frac{1}{108}x^3 + x$$

1.2. $f'(x) = -\frac{1}{36}x^2 + 1 \rightarrow f''(x) = -\frac{1}{18}x < 0$ in $[0;6]$; es handelt sich also um eine Rechtskurve

2.

- $R(3|f(3)) = (3|2,75) \rightarrow |PR| = \sqrt{3^2 + 2,75^2} \approx 4,07$; $|PQ| = \sqrt{3^2 + 1,75^2} \approx 3,47$
→ $L = 754\text{m}$

- Mit $g(x) = \sqrt{1 + f'(x)^2} = \sqrt{1 + \left(-\frac{x^2}{36} + 1\right)^2}$ wird

$g(0) = 1,414$; $g(3) = 1,25$ und $g(6) = 1$ und damit

$$L = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot (1,414 + 4 \cdot 1,25 + 1) = 7,414 \cong 741\text{m}$$

Der wahre Wert beträgt 738m, somit ist die Keplersche Fassregel besser als die Näherung durch zwei Teilstrecken.

3.

