Aufgabe C2 Landesabitur Hessen 2010 GK

1.1. Man kann von binomialverteilten Bernoulliketten ausgehen, wenn man von einer großen Anzahl ausgehen kann, weil dann die Wahrscheinlichkeiten für eine Ziehung sich so gut wie nicht ändern, obwohl <u>nicht</u> zurückgelegt wird: n=12;p=1/3

A: $P(X=0)=\binom{12}{0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{12}=0{,}77\%$

B: $P(X=2)=\binom{12}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{10}=66\cdot 0{,}\bar{1}\cdot 0{,}01734=12{,}7\%$

C: $P(X>1)=1-P(X\leq 1)=1-P(X=0)-P(X=1)=1-0{,}0077-\binom{12}{1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{11}=$

$=1-0{,}0077-0{,}0462=94{,}6\%$

1.2. $P(D)=12\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{11}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^1=\binom{12}{11}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{11}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^1=P(X=11)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 11 von 12 Zwiebeln von gelb- (rot-;weiß-)blühenden Tulpen sind.

2. (I) $P(X=n)=\binom{n}{n}\cdot 0{,}98^n\cdot 0{,}02^0=0{,}98^n$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle n Zwiebeln zur Blüte kommen. Wenn nun diese Wahrscheinlichkeit >75% sein soll, dann muss die Ungleichung $0{,}98^n>0{,}75$ gelöst werden, also $n\cdot\ln 0{,}98>\ln 0{,}75 \;\Leftrightarrow\; n<\frac{\ln 0{,}75}{\ln 0{,}98}\approx 14{,}24$.

Für höchsten 14 Zwiebeln gilt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass Zwiebeln zur Blüte kommen>75% ist.
(II) ist die Lösung von (i)

3.1. Man kann von einem binomialverteilten Bernoulli-Experiment ausgehen: n=100;p=0,2, dann ist $P(X\leq 15)=F(100;0{,}2;15)=0{,}1285$ (aus einer Binomialtabelle) oder genähert

mit μ=100∗0,2=20; σ²=20∗0,8=16: $P(X\leq 15)=\Phi\left(\frac{15-20}{4}\right)=\Phi(-1{,}25)\approx 0{,}1056$

3.2. Prüfhypothese $H_0: p=0{,}2$ Alternativhypothese $H_1: p<0{,}2$ (linksseitiger Test)

$P(X\leq k)=0{,}05\cong\Phi\left(\frac{k-20}{4}\right)=0{,}05\Leftrightarrow\frac{k-20}{4}=-1{,}595\Leftrightarrow k-20=-6{,}38\Leftrightarrow k=13{,}62$

Werden als höchstens 13 Personen gefunden, die im Markt nichts gekauft haben, so bleibt der Fehler 1. Art unter 5%. Ein Fehler 2. Art wäre die Nullhypothese zu akzeptieren, obwohl diese Falsch ist. (Die Wahrscheinlichkeit, dass das Eintritt muss nicht berechnet werden.)