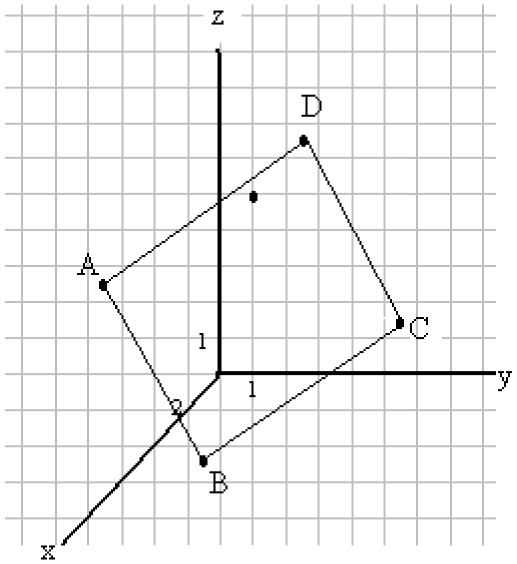
Aufgabe B2 Landesabitur Hessen 2010 GK



A(3|-2|4), B(5|2|0), C(1|6|2), E(8|5|9)

1.

- Der rechte Winkel liegt in B, denn $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$
- $|BC| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = |BA|$
- $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ ➔ D(-1|2|6)
- →

2. $F: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$;

aus $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 12 \\ 24 \end{pmatrix}$ folgt $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und damit $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} * \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = 12$,

also die Koordinatengleichung <u>2x+y+2z=12</u>

3. Eine zu F senkrechte Ebene H ist z.B. $F: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

4.

(I) Der Vektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ist wegen 2. natürlich auch ein Normalen Vektor der Ebene, muss

daher auf den Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BC}$ senkrechtstehen. Die Gerade g steht also senkrecht auf F und geht durch den Punkt E

(II) Die Koordinaten der Gerade g werden in die Koordinatengleichung der Ebene eingesetzt. Man berechnet daraus den Parameter t und damit den Schnittpunkt L(2|2|3).

(III) Zu Beginn ist es Notwendig die Parameter in der Gleichung zu definieren.
V steht offensichtlich für das Volumen.
$|\overrightarrow{AB}|^2$: Der Betrag eines Vektors ist die Darstellung seiner Länge. Wenn diese „Länge“ (eine Maßzahl) quadriert wird, wird die Maßzahl der Fläche eines Quadrates dargestellt.
$|\overrightarrow{LE}|$: Der Betrag eines Vektors ist die Darstellung seiner Länge. Aufgrund (I) und (II) ist es die kürzeste Verbindung zwischen Ebene F und Punkt E.

Daraus folgt das V das Volumen der Pyramide mit dem Quadrat ABCD als Grundfläche und der Höhe |EL| ist.