

Aufgabe A2 Landesabitur Hessen 2010 GK

$$k(t) = 20 \cdot e^{0,02t}; k(0) = 20; t = 0 \cong 2008$$

$$1.1. k(6) = 20 \cdot e^{0,02 \cdot 6} = 22,55; k(7) = 20 \cdot e^{0,02 \cdot 7} = 23,01$$

→ Anstieg 2014/2015: 0,54 Mrd€

$$1.2. k(t) = 20 \cdot e^{0,02t} = 35 \rightarrow 0,02 \cdot t = \ln 35 - \ln 20 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 35 - \ln 20}{0,02} \approx 28,$$

d.h. die Gesundheitskosten würden zum 1. Mal in $2008+28=2036$ die 35 Milliarden-grenze überschreiten.

$$1.3. \text{ Der Anstieg der jährlichen Gesundheitskosten wird durch } k'(t) = 0,4 \cdot e^{0,02t} \text{ beschrieben, also ist } k'(t) = 0,8 \text{ zu berechnen: } 0,4 \cdot e^{0,02t} = 0,8 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 0,8 - \ln 0,4}{0,02} \approx 34,65,$$

d.h. Gesundheitskosten würden zum 1. Mal in $2008+35=2043$ um mehr als 0,8 Milliarden im Jahr ansteigen.

$$2.1. K(t) = 1000 \cdot e^{0,02t} \Rightarrow K'(t) = 20 \cdot e^{0,02t} = k(t) \rightarrow A = K(20) - K(0) =$$

$$1000 \cdot e^{0,4} - 1000 \approx 491,82$$

2.2.

$$(A) OS = \sum_{i=1}^{10} (k(i \cdot 2) \cdot 2) = \sum_{i=1}^{10} (20 \cdot e^{0,02i}) \cdot 2$$

$$(B) I = \int_0^{20} k(t) dt = \int_0^{20} (20 \cdot e^{0,02t}) dt = [1000 \cdot e^{0,02t}]_0^{20}$$

(A) ist eine Näherung > exakter Flächeninhalt

(B) ist exakt dasselbe wie in 2.1.

2.3. Es handelt sich bei dem Flächeninhalt von etwa 491,82 um die gesamten Gesundheitskosten in den Jahren 2008-2028

3.1

$$g(t) = 20t + 500 - 500 \cdot e^{0,03 t}$$

$$g'(t) = 20 - 500 \cdot e^{0,03 t} \cdot 0,03 = 20 - 15e^{0,03 t}$$

$$g'(t) = 0$$

$$0 = 20 - 15e^{0,03 t}$$

$$15e^{0,03 t} = 20$$

$$e^{0,03 t} = \frac{4}{3}$$

$$0,03 t = \ln\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$t = \frac{\ln(4/3)}{0,03} \approx 9,6$$

$$g''(t) = -0,45 e^{0,03 t}$$

$$g''(9,6) \approx -0,6 < 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Maximum bei } t = 9,6.$$

3.2

$\int_0^T (e(t) - a(t)) dt = 0$ ist der prognostizierte Gesamtgewinn nach T Jahren.

Nach T Jahren ist die Summe der positiven Gewinne gleich groß wie die der negativen Gewinne und hebt sich somit auf.