

Abitur 2009 Mathematik LK Stochastik Aufgabe C2

Bei der Umstellung des Mikrozensus (jährlich durchgeführte statistische Repräsentativerhebung der Bevölkerung und des Erwerbslebens) ab 2005 wurde die Ergebnisdarstellung für den Bereich Familien modernisiert. Der Familienbegriff umfasst jetzt alle Eltern-Kind-Gemeinschaften.

Bei diesen unterscheidet man folgende Typen:

- Ehepaare mit Kindern
- nichteheliche Lebensgemeinschaften mit Kindern
- Alleinerziehende

Zusätzlich erfasst werden:

- Paare ohne Kinder und Alleinstehende

Nachfolgende Daten ergaben sich bei einer Stichprobenerhebung des Hessischen Statistischen Landesamtes Wiesbaden.

Familien und Paare in Hessen 2006 nach Lebensformenkonzept

Der Anteil der Ehepaare (mit Kindern **und** ohne Kinder) beträgt 80 %.

Der Anteil der Haushalte mit Kindern beträgt 52 %.

Der Anteil der Alleinerziehenden und der nichtehelichen Lebensgemeinschaften mit Kindern beträgt 13 %.

Teilaufgabe 1. (8 BE)

Berechnen Sie die in der folgenden Tabelle fehlenden Anteile.

	Ehepaare	keine Ehepaare	Summe
mit Kindern		0,13	
ohne Kinder			
Summe	0,8		

- Unter allen Haushalten mit Kindern wird einer zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(A)$, dass die Eltern des Kindes/der Kinder ein Ehepaar sind.
- Unter allen Ehepaaren wird eines zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B)$, dass dieses Ehepaar Kinder hat.

Teilaufgabe 2. (4 BE)

Der Jahrgangsstufe 1 einer Grundschule gehören 100 Schülerinnen und Schüler (aus 100 verschiedenen Haushalten) an. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter diesen genau 20 Kinder aus einer nichtehelichen Lebensgemeinschaft bzw. von Alleinerziehenden befinden. Begründen Sie die Angemessenheit Ihres Lösungsansatzes.

Teilaufgabe 3. (8 BE)

Die Anzahl der Alleinerziehenden mit Kind(ern) in einer hessischen Stadt beträgt 6623. Der Schuldezernent der Stadt hat auf einer Wahlveranstaltung versprochen, für die Kinder von Alleinerziehenden eine Nachmittagsbetreuung anzubieten. Eine erste Umfrage deutet darauf hin, dass mindestens 80% der Alleinerziehenden ein Betreuungsangebot wünschen. Der Dezernent zweifelt diese Zahl an und gibt selbst eine neue Untersuchung in Auftrag, bei der 10% aller Alleinerziehenden befragt werden sollen. Entwickeln Sie einen entsprechenden Hypothesentest und bestimmen Sie den kritischen Bereich (Ablehnungsbereich von H_0) auf einem Signifikanzniveau von 5%.

Teilaufgabe 4.1 (10 BE)

Die Wahrscheinlichkeit für Abweichungen der Werte einer Zufallsgröße von ihrem Erwartungswert kann (bei beliebigen Verteilungen) mit der folgenden Ungleichung (von Tschebyscheff) abgeschätzt werden:

$$P(|X - \mu| \geq c) \leq \frac{\sigma^2}{c^2}$$

In einer hessischen Stadt gibt es 24300 Haushalte, 19320 dieser Haushalte bestehen aus Ehepaaren. Erläutern Sie mit diesen Informationen die nachfolgende Rechnung.

$P(X - 19440 \geq 120) \leq \frac{3888}{14400}$
$P(X - 19440 \geq 120) \leq 27\%$

Teilaufgabe 4.2

Begründen Sie, dass die in Aufgabe 4.1 abgeschätzte Wahrscheinlichkeit mit der Binomialverteilung ermittelt werden kann.

Bestimmen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit entweder mit der Binomialverteilung oder mit der Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung.

Beurteilen Sie damit die Güte der obigen Abschätzung.