

Abitur 2008 Mathematik LK Geometrie Aufgabe B1

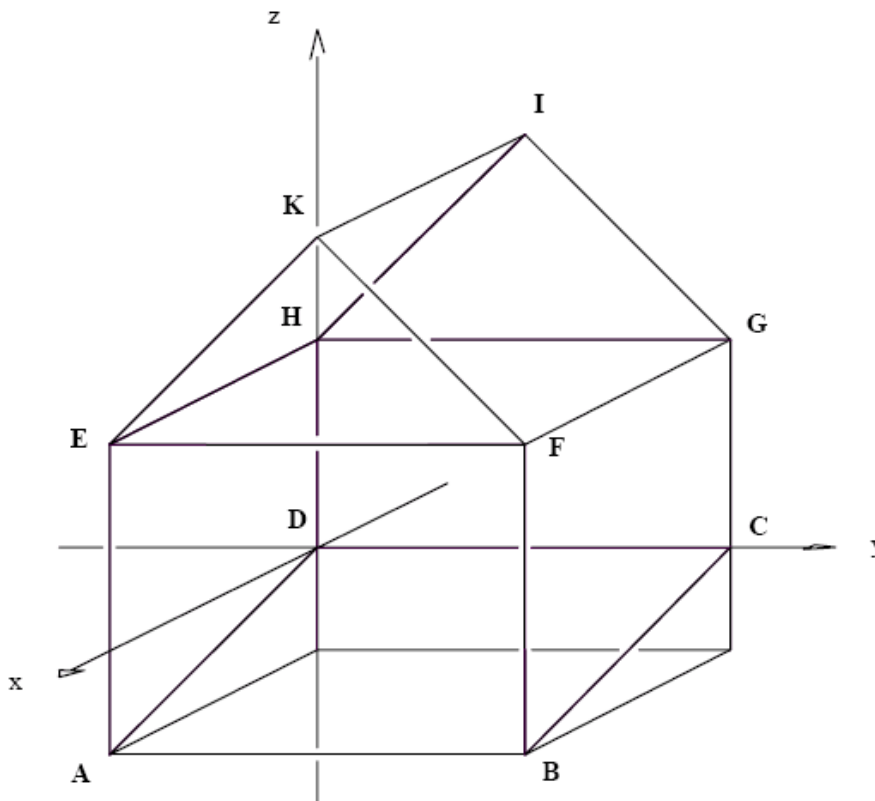
Ein Haus hat die Form eines Quaders mit aufgesetztem Dreikantprisma. Es ist in einen ebenen Hang hineingebaut (siehe Abbildung 1). Die Punkte A , B , C und D liegen auf diesem Hang. Die Maße des Hauses sind durch die Koordinaten folgender Punkte (Einheit 1 m) gegeben:

$$A(8|0|-2), B(8|8|-2), D(0|0|0), H(0|0|4), K(8|4|8).$$

Im Punkt $L(4|-8|-1)$ steht ein 26 m hoher Mast.

Durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ ist die Richtung der Sonnenstrahlen festgelegt.

Abbildung 1



Teilaufgabe 1. (6 BE)

Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Hangebene.

Berechnen Sie den Winkel, unter dem die Lichtstrahlen den Hang treffen.

[zur Kontrolle: $\alpha \approx 46,3^\circ$]

Teilaufgabe 2. (9 BE)

Ermitteln Sie denjenigen Punkt auf der Dachfläche ($EHIK$), der der Spitze des Mastes am nächsten liegt.

Teilaufgabe 3.1 (6 BE)

Bestimmen Sie den Schattenpunkt S' der Mastspitze auf der Hangebene.

Teilaufgabe 3.2

Berechnen Sie den Abstand des Punktes S' von der Hausecke C .
Entscheiden Sie, ob dies die kürzeste Entfernung von S' zur Hauswand ($DCGH$) ist.

Wählen Sie nachfolgend **entweder** die Aufgabe K4 **oder** die Aufgabe M4.

(Variante Kugel)

Der Mast knickt im Punkt $Z(4|-8|12,5)$ ab, ohne sich von dem stehen gebliebenen Stück zu trennen.

Teilaufgabe k.4.1 (9 BE)

Zeigen Sie, dass der abgeknickte Mastteil die Dachfläche ($EHIK$) beschädigen kann.

Teilaufgabe k.4.2

Erläutern Sie, warum alle Punkte auf dem Dach, die von der Mastspitze getroffen werden könnten, auf einem bestimmten Kreis liegen.

Teilaufgabe k.4.3

Berechnen Sie den Radius und den Mittelpunkt dieses Kreises.
[Zur Kontrolle: $M(4|0,25|4,25)$]

oder

(Variante Matrix)

Die Matrix $M = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 12 & 0 & -4 \\ 3 & 13 & 12 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ beschreibt den Schattenwurf auf die Hangebene.

Teilaufgabe m.4.1 (9 BE)

Überprüfen Sie diese Aussage anhand der Bildpunkte der Mastspitze S sowie der Hausecke B .

Teilaufgabe m.4.2

Zeigen Sie, dass alle Punkte des Raumes auf die Hangebene abgebildet werden.

Teilaufgabe m.4.3

Die Matrix M erfüllt die Eigenschaft $M^2 = M \cdot M = M$.

Erläutern Sie die Bedeutung dieser Eigenschaft für die Abbildung der Punkte.