**Aufgabe A2 Landesabitur Hessen 2007 GK**

g(x)= -2x²+8x-6

a.

- Beide Funktionen $f_1$ und $f_2$ haben an den Nullstellen von $g$ Extrema. Zwischen den beiden Nullstellen von $g$ fällt $f_1$ ab, während $f_2$ ansteigt. Da $g$ zwischen den Nullstellen >0 ist, kann $f_1$ nicht Stammfunktion von $g$ sein.

- An der Extremstelle $x_e$ von $g$ haben beide Funktionen $f_1$ und $f_2$ jeweils ihren Wendepunkt. Für $x < x_e$ ist $g$ monoton steigend, also ist $f_2$ in diesem Bereich links gekrümmt, $f_1$ aber rechts gekrümmt.

b.

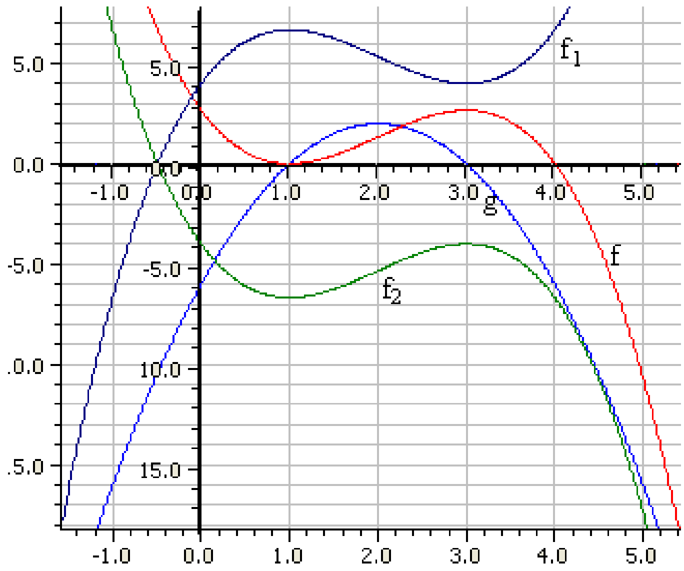
- Die Nullstellen sind $x$=1 und $x$=3, das Maximum bei $x$=2, weil $g'(x)$=0

  ⇔ -4x+8=0.

  Da $g''(2)<0$ handelt es ich um ein Hochpunkt (2|2)

- A= $\int_1^3 g(x)dx = \left[-\frac{2}{3}x^3+4x^2-6x\right]_1^3 =$

  $-\frac{2\cdot 27}{3}+4\cdot 9-6\cdot 3$-( $-\frac{2}{3}+4-6$)=$2\frac{2}{3}$




c.

- $f(x)=-\frac{2}{3}x^3+4x^2-6x+C$ ➔ $f(3)=C=\frac{8}{3}$
- $-\frac{2}{3}(x-4)(x-1)^2=-\frac{2}{3}(x-4)(x^2-2x+1)=-\frac{2}{3}(x^3-6x^2+9x-4)=$

  $=-\frac{2}{3}x^3+4x^2-6x+\frac{8}{3}=f(x)$
- $A$=$f$(3)-$f$(1)

- Da $f'=g$ sind die Nullstellen von $g$ ($x$=1 und $x$=3) die Extremstellen von $f$

d. Die Funktion $d(x)=f(x)-g(x)$ sei die Abstandsfunktion:

$d(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 4x^2 - 6x + \frac{8}{3} - (-2x^2 + 8x - 6) = -\frac{2}{3}x^3 + 6x^2 - 14x + \frac{26}{3}$ ➔

$d'(x) = -2x^2 + 12x - 14$

$d'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7$ ➔ $x = 3 \pm \sqrt{2}$ ➔ $x_1 = 3 + \sqrt{2};\ x_2 = 3 - \sqrt{2}$ .

$$d\left(3 + \sqrt{2}\right) \approx 6{,}44$$
$$d\left(3 - \sqrt{2}\right) \approx -1{,}1$$

Randbetrachtung:

$$\lim_{x \to 0^+} d(x) = \frac{26}{3} \approx 8{,}67$$

$$\lim_{x \to 5^-} d(x) \approx 5{,}33$$

Für $x = 0$ ist die der Abstand der Funktionswerte f(x) und g(x) im Intervall $[0; 5]$ am größten.