

Eine schottische Stadt lädt 10 Jugendliche aus ihrer bayerischen Partnerstadt zu einem Ferienaufenthalt ein.

1. Die Unterbringung erfolgt in Gastfamilien, von denen 6 ein Mädchen und 4 einen Jungen aufnehmen wollen. Gemäß dieser Vorgabe werden die Teilnehmer aus 15 Interessenten ausgewählt, von denen zwei Drittel weiblich sind.

- 3 a) Wie viele verschiedene Zusammenstellungen der Gruppe sind möglich?

$$|A| = \binom{10}{6} \cdot \binom{5}{4} = 210 \cdot 5 = 1050$$

- 3 b) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die ausgewählten Jugendlichen auf die 10 Gastfamilien zu verteilen?

$$|B| = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = 210$$

- 5 c) Nachdem die Gruppe zusammengestellt worden ist, zieht eine Familie ihre Einladung für ein Mädchen zurück. Glücklicherweise erklären sich aber 3 Familien bereit, ein zweites Mädchen bei sich aufzunehmen. Wie viele Möglichkeiten gibt es nun, die weiblichen Gruppenmitglieder auf die für sie verbleibenden 5 Gastfamilien zu verteilen?

neue	Auswahl	Auswahl der	Verteilen der restl
Gastfamilie	der 2 Mädchen	restl. Mädchen	auf die Gastfamilien

$$|C| = \binom{3}{1} * \binom{6}{2} * \binom{4}{4} * 4! = 3 * 15 * 1 * 24 = 1080$$

2. Die 10-köpfige Jugendgruppe wird von 2 erwachsenen Betreuern begleitet. Langjährige Erfahrung zeigt, dass aufgrund des regnerischen Klimas im Mittel 12 % der Jugendlichen und 8 % der Erwachsenen während ihres Aufenthaltes an einer Erkältung erkranken (Unabhängigkeit der Erkrankungen wird angenommen).

- 2 a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden Betreuer gesund bleiben?

$$P(A) = 0,92^2 = 84,6 \%$$

- 5 b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erkranken höchstens 2 der 10 Jugendlichen?  
Binomialverteilung

$$P_{0,12}^{10}(Z \leq 2) = \binom{10}{0} \cdot 0,12^0 \cdot 0,88^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,12 \cdot 0,88^9 + \binom{10}{2} \cdot 0,12^2 \cdot 0,88^8$$

$$= 0,2785 + 0,3798 + 0,233 = 89,1 \%$$

- 6 c) Wie viele Jugendliche dürften an der Reise nach Schottland höchstens teilnehmen, wenn die gesamte Gruppe einschließlich der beiden Betreuer mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 30 % gesund bleiben soll?

$$\begin{aligned}
 & 2 \text{ gesunde} \quad n \text{ gesunde} \\
 & \text{Betreuer} \quad \text{Schüler} \\
 & 0,92^2 * 0,88^n > 0,30 \\
 & 0,88^n > \frac{0,30}{0,92^2}
 \end{aligned}$$

$$\implies n \ln 0,88 > \ln \frac{0,3}{0,92^2} \quad | : \ln 0,88 (< 0, \text{ also Wechsel der Ungleichung})$$

$$\implies n < 8,11 \implies n \leq 8$$

3. Für die Reise haben die beiden Betreuer der Gruppe 12 Plätze für einen Flug in der Economy-Klasse gebucht. Da im Mittel 5 % der Buchungen storniert werden, hat die Fluggesellschaft 200 Tickets für die 190 Plätze der Economy-Klasse verkauft.

- 3 a) Geben Sie einen Term  $P(k)$  an, der beschreibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit genau  $k$  der 200 Buchungen storniert werden. Für welches  $k$  ist diese Wahrscheinlichkeit am größten?

$$\text{Binomialverteilung} \quad P_{0,05}^{200}(Z = k) = \binom{200}{k} \cdot 0,05^k \cdot 0,95^{200-k}$$

$P(Z=k)$  maximal: siehe Tafelwerk  $k = 10$

4

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit reichen die Plätze der Economy-Klasse nicht aus?

Binomialverteilung:

$$P_{0,95}^{200}(Z \geq 191) = 1 - P_{0,95}^{200}(Z \leq 190) = 1 - 0,54529 = 45,5 \%$$

4

- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleiben in der Economy-Klasse mehr als drei Plätze frei?

$$\text{Binomialverteilung:} \quad P_{0,95}^{200}(Z \leq 186) = 0,12989 = 13,0 \%$$

5

- d) Tatsächlich stehen 195 Fluggäste mit gültigem Ticket für die Economy-Klasse zum Abflug bereit. Die Fluggesellschaft lässt deshalb 5 davon zufällig auswählen und ohne Aufpreis in der Business-Klasse mitfliegen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt genau ein Mitglied der 12-köpfigen Gruppe in den Genuss der besseren Klasse?

$$\text{hypergeometrische Verteilung:} \quad P(D) = \frac{\binom{12}{1} \cdot \binom{183}{4}}{\binom{195}{5}} = 24,3\%$$