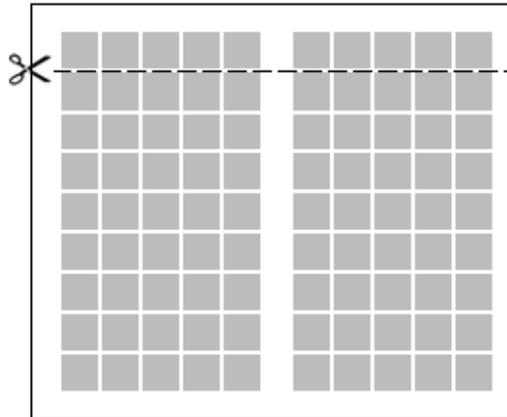


## Abitur Bayern 2011 G9 LK Stochastik IV

Der im Jahr 1849 in Bayern herausgegebene „Schwarze Einser“ ist die erste in Deutschland erschienene Briefmarke.

An die Postschalter kam der Schwarze Einser in Bögen zu je 90 Stück. In der Mitte jedes Bogens befand sich der unbedruckte Zwischensteg, so dass die Marken in zwei Blöcken angeordnet waren (vgl. Abbildung). Ein gewissenhafter Postbeamter schnitt seinerzeit mit einer Schere die jeweils gewünschte Stückzahl Zeile für Zeile von oben nach unten aus einem Bogen, wobei das Abschneiden des Randes und das Trennen in einzelne Marken dem Kunden oblagen. War dieser Bogen zu Ende, griff der Beamte zum nächsten.



### Teilaufgabe 1a (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde beim Kauf einer einzelnen Briefmarke eine Marke vom Rand eines Blocks erhielt.

### Teilaufgabe 1b (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde beim Kauf von drei Briefmarken einen aus drei Marken bestehenden Streifen erhielt, der nicht durch den Zwischensteg unterbrochen war.

Wegen seines hohen Sammlerwerts wurden auch viele Fälschungen des Schwarzen Einser produziert. Erfahrene Prüfer können sowohl Fälschungen als auch echte Marken eindeutig identifizieren. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass sowohl 30% der gestempelten als auch 30% der ungestempelten Schwarzen Einser gefälscht sind und dass die Prüfergebnisse für einzelne Marken unabhängig voneinander sind.

**Teilaufgabe 2a** (4 BE)

Wie viele Schwarze Einser - gestempelt oder ungestempelt - müssen mindestens geprüft werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % wenigstens eine Fälschung dabei ist?

**Teilaufgabe 2b** (4 BE)

Ein Auktionshaus verschickt zehn einzelne Schwarze Einser, unter denen sich genau vier Fälschungen befinden, in einer zweizeiligen Einsteckkarte an einen Prüfer. Wie viele verschiedene Anordnungen der Briefmarken sind dabei möglich, wenn in jeder Zeile fünf Marken stecken und nur zwischen echten und gefälschten Marken unterschieden wird?

Da gestempelte Schwarze Einser noch wertvoller sind als ungestempelte, werden häufig auch die Poststempel auf den Marken gefälscht. Gehen Sie davon aus, dass 40 % aller Stempel auf Schwarzen Einsern gefälscht sind, wobei gefälschte Stempel sowohl auf echten als auch auf gefälschten Marken zu finden sind. Echte Stempel auf gefälschten Marken kommen hingegen nicht vor.

**Teilaufgabe 3a** (4 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Stempel auf einem echten Schwarzen Einser gefälscht ist.

**Teilaufgabe 3b** (3 BE)

Ein Prüfer untersucht bei einem Schwarzen Einser zuerst den Stempel und stellt fest, dass dieser gefälscht ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann die Briefmarke selbst echt?

Heinz erbt von seinem Großvater 15 ungestempelte Schwarze Einser, die dieser unabhängig voneinander als Einzelstücke erworben hat.  $Z$  beschreibe allgemein die Anzahl der Fälschungen in einer aus 15 Marken bestehenden zufälligen Auswahl ungestempelter Schwarzer Einser.

**Teilaufgabe 4a** (5 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der gefälschten Schwarzen Einser in Heinz' Erbschaft vom Erwartungswert von  $Z$  um höchstens eine Standardabweichung von  $Z$  abweicht.

Da ungeprüfte Marken nicht zu einem angemessenen Preis verkauft werden können, entschließt sich Heinz, seine Marken prüfen zu lassen. Falls sich eine Marke als echt herausstellt, werden 6 % des Katalogpreises als Prüfgebühr verlangt, andernfalls nur 2%.

Bei einem Katalogpreis von 1300 Euro kann für einen echten Schwarzen Einser tatsächlich ein Verkaufspreis von 800 Euro erzielt werden. Ein als gefälscht deklariertes Schwarzes Einser kann für 30 Euro verkauft werden.

**Teilaufgabe 4b** (8 BE)

Zeigen Sie, dass Heinz für seine Erbschaft insgesamt - nach Abzug der Prüfgebühren - einen Erlös in Höhe von  $10830 \text{ €} - k \cdot 718 \text{ €}$  erzielen kann, wenn sich bei der Prüfung  $k$  Schwarze Einsen als gefälscht herausstellen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt Heinz insgesamt einen Erlös von weniger als 7500 Euro?

**Teilaufgabe 5** (6 BE)

Berichten der Europäischen Zentralbank zufolge war in der ersten Hälfte des Jahres 2009 etwa jeder 12700-ste 20-Euro-Schein gefälscht.

Es wird vermutet, dass die Fälschungsquote bei den 20-Euro-Scheinen inzwischen auf über  $8 \cdot 10^{-5}$  angestiegen ist. Um diese Vermutung (Nullhypothese) zu testen, werden von der Bundesbank zehn Millionen zufällig ausgewählte 20-Euro-Scheine geprüft. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von 5% unter Verwendung der Normalverteilung als Näherung.