BE

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind die Gerade

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, die Geraden $h_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\lambda, \mu, a \in \mathbb{R}$,

sowie die Ebene $E: 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 15 = 0$ gegeben.

3 1. a) Zeigen Sie, dass jede Gerade h_a mit der Ebene E höchstens einen Punkt gemeinsam hat.

3 b) Berechnen Sie den Schnittwinkel φ zwischen E und h_2 auf 0,1° genau.

3 2. a) Beweisen Sie, dass alle Geraden h_a windschief zu g sind.

4 b) Weisen Sie nach, dass alle Geraden h_a in der Ebene $H: 2x_2 - x_3 - 21 = 0$ liegen und diese Ebene H parallel zu g ist.

3 c) Es gibt eine Gerade h* in der Ebene H, die zwar durch den gemeinsamen Schnittpunkt aller Geraden h_a geht, aber nicht zur Schar der Geraden h_a gehört. Geben Sie eine Gleichung von h* an.

3 d) Zeigen Sie, dass der Abstand von g zu H den Betrag $6\sqrt{5}$ hat.

7 3. Berechnen Sie die Koordinaten der Fußpunkte des gemeinsamen Lots von g und h_2. [zur Kontrolle: $(8|-1|7)$, $(8|11|1)$]

4 4. a) K ist die kleinste Kugel, die g und h_2 als Tangenten hat.
Bestimmen Sie den Radius R und den Mittelpunkt M von K.
[zur Kontrolle: $R = 3\sqrt{5}$, $M(8|5|4)$]

6 b) Zeigen Sie, dass die Ebene E die Kugel K schneidet, und berechnen Sie den Radius r des Schnittkreises k.

4 c) Dieser Schnittkreis k ist die Grundfläche eines geraden Kreiskegels, dessen Mantellinien Tangenten an die Kugel K sind. Bestimmen Sie die Höhe dieses Kegels.

40