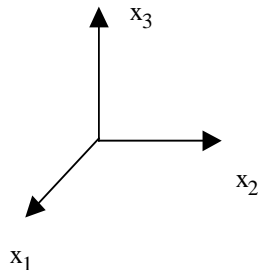


BE

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Punkte $O(0|0|0)$, $A(0|6|0)$, $D_k\left(\frac{3\sqrt{3}}{k}|3|0\right)$ und $S_k(2|2|k\sqrt{6})$ mit $k \in \mathbb{R}^+$ gegeben.

1. Die Punkte O , A und D_k bestimmen die Ebene E , die Punkte O , A und S_k die Ebene F_k .
- 5 a) Stellen Sie je eine Gleichung von E und F_k in Normalenform auf.
[mögliches Teilergebnis: $F_k : k\sqrt{6}x_1 - 2x_3 = 0$]
- 4 b) Für welches k schneiden sich E und F_k unter einem Winkel von 60° ?
2. Alle Punkte D_k liegen auf einer Geraden d , alle Punkte S_k auf einer Geraden s .
- 3 a) Geben Sie für d und s je eine Gleichung an.
- 4 b) Legen Sie ein Koordinatensystem an (vgl. Skizze).
Zeichnen Sie d und s ein und markieren Sie farbig die Teile dieser Geraden, die von den Punkten D_k bzw. S_k eingenommen werden.
- 
- 4 3. a) O , A , D_k , S_k sind die Eckpunkte einer dreiseitigen Pyramide P_k . Berechnen Sie ihr Volumen.
- 5 b) Zeigen Sie, dass das Dreieck OAD_k nur für $k = 1$ gleichseitig ist.

Im Folgenden sei $k = 1$.

- 6 4. a) Der Punkt $T(t_1 | t_2 | t_3)$, $t_3 > 0$, bildet mit O , A und D_1 ein reguläres Tetraeder. Bestimmen Sie die Koordinaten von T und zeichnen Sie das Tetraeder und die Pyramide P_1 in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 2b ein.
- 3 b) In welchem Punkt Q schneidet die Gerade TS_1 die Ebene E ?
[zur Kontrolle: $Q(4 - \sqrt{3} | 1 | 0)$]
- 6 c) Untersuchen Sie rechnerisch, ob der Punkt Q innerhalb des Dreiecks OAD_1 liegt.