

BE

II.

Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{1}{x(1 - \ln x)}$ mit maximalem Definitionsbereich D_f . Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

- 7 1. a) Bestimmen Sie D_f und ermitteln Sie das Verhalten von f an den Grenzen des Definitionsbereichs.
(Hinweis: $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \ln x) = 0$ darf ohne Beweis verwendet werden.)

- 7 b) Zeigen Sie, dass in D_f gilt:

$$f'(x) = [f(x)]^2 \cdot \ln x$$

Ermitteln Sie damit das Monotonieverhalten der Funktion f .
Bestimmen Sie ohne Verwendung der zweiten Ableitung die Lage und Art des Extrempunkts von G_f .

Gegeben ist nun zusätzlich die Funktion $h : x \mapsto \frac{2}{x}$ mit $D_h = \mathbb{R}^+$. Ihr Graph wird mit G_h bezeichnet.

- 8 2. a) In welchem Punkt $S(x_s | y_s)$ schneiden sich G_f und G_h ? Berechnen Sie die Steigung der Tangenten an G_f und G_h im Punkt S . Ermitteln Sie daraus den Schnittwinkel dieser beiden Tangenten (auf Grad genau). [zur Kontrolle: $x_s = \sqrt{e}$]

- 7 b) Fertigen Sie eine Zeichnung der Graphen G_f und G_h im Bereich $0 < x < 6$ (Längeneinheit 2 cm) unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse.

- 3 3. a) Zeigen Sie, dass die Funktion $F : x \mapsto -\ln(1 - \ln x)$ für $0 < x < e$ eine Stammfunktion von f ist.

- 8 b) Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das die Graphen von f und h sowie die Gerade mit der Gleichung $x = 1$ einschließen.
Um wie viel Prozent weicht dieser ab vom Inhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten $(1|2)$, $(1|1)$ und S (vgl. Teilaufgabe 2a)?