

BE

IV.

In der Rinderpopulation eines Landes tragen 4 % der Rinder den Erreger der Seuche B in sich; diese werden im Folgenden als B-Rinder bezeichnet. Alle anderen Rinder werden im Folgenden als gesund bezeichnet. Äußerlich sind B-Rinder nicht von gesunden Rindern zu unterscheiden. Man kann von einem gleichmäßigen Durchseuchungsgrad innerhalb des Landes ausgehen. In Instituten kann durch Untersuchung der Zellflüssigkeit der B-Erreger zweifelsfrei nachgewiesen werden.

- 3 1. a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich unter 100 Rindern mindestens zwei und weniger als sechs B-Rinder?
- 4 b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich unter 1000 Rindern mehr als 30 und weniger als 50 B-Rinder? Schätzen Sie diese Wahrscheinlichkeit mit der Ungleichung von Tschebyschow ab.
- 4 c) Wie viele Rinder müssen in einem Institut mindestens untersucht werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % wenigstens ein B-Rind entdeckt wird?
- 5 2. Ein Institut untersucht 3000 Rinder. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mindestens 100 dieser Rinder B-Rinder?
Rechnen Sie mit der Normalverteilung als Näherung.
- 6 3. Durch einen zweiseitigen Test auf dem 5 %-Signifikanzniveau soll mit einer Stichprobe von 200 Rindern der Prozentsatz für B-Rinder überprüft werden. Bestimmen Sie einen möglichst großen Ablehnungsbereich $\bar{A} = \{0, \dots, k_1\} \cup \{k_2, \dots, 200\}$ so, dass die Hypothese $H_0 : p_0 = 0,04$ in jedem Teilbereich mit höchstens 2,5 % Wahrscheinlichkeit irrtümlich abgelehnt wird.
- 8 4. Die Rinderseuche wurde auch in ein Nachbarland eingeschleppt. Noch ist unbekannt, wie groß der Anteil p' der B-Rinder in dieser Rinderpopulation ist. Für eine groß angelegte Reihenuntersuchung mehrerer tausend Rinder zur Bestimmung von p' muss man sich zwischen zwei Methoden entscheiden. Es werden jeweils Gruppen von 20 Rindern untersucht; dabei wird zunächst jedem Rind Zellflüssigkeit entnommen. Methode I: Es wird Zellflüssigkeit aller 20 Rinder vermischt und das Gemisch untersucht. Wird kein Hinweis auf B festgestellt, so sind keine weiteren Untersuchungen notwendig. Stellt man im Gemisch den Erreger der B-Seuche fest, werden die 20 Zellflüssigkeiten noch einzeln untersucht. Methode II: Die 20 Proben von Zellflüssigkeit werden von vornherein einzeln untersucht.
Für welche Werte von p' sind bei Methode I weniger Zellflüssigkeitsuntersuchungen zu erwarten als bei Methode II?

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
5	5. Im Institut wurden versehentlich fünf B-Rinder und sieben gesunde Rinder in einem Stall zusammen untergebracht. Um sie wieder zu trennen, werden sie der Reihe nach untersucht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird mit der 7. Untersuchung das letzte der fünf B-Rinder gefunden?
5	6. Ein von einem Tierarzt durchzuführender, einfacher Schnelltest erkennt 95 % der B-Rinder als solche. Irrtümlicherweise stuft dieser Schnelltest von den gesunden Rindern 15 % als B-Rinder ein. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Durchseuchungsgrad von 4 % ein durch den Schnelltest für gesund erklärtes Rind auch wirklich gesund ist.
40	