BE	

II.

Gegeben ist die Schar der Funktionen $f_k : x \mapsto \frac{kx}{x^2 - k^2}$ mit $k \in \mathbb{R}^+$ und maximaler Definitionsmenge D_k. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

3 1. a) Bestimmen Sie D_k und untersuchen Sie G_k auf Symmetrie und Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

3 b) Geben Sie das Verhalten von f_k an den Rändern von D_k an.

4 2. a) Bestätigen Sie, dass gilt: $f_k'(x) = \frac{-k \cdot (x^2 + k^2)}{(x^2 - k^2)^2}$

Untersuchen Sie f_k auf Monotonie.

5 b) Zeigen Sie, dass der Ursprung der einzige Wendepunkt von G_k ist, und geben Sie eine Gleichung der Wendetangente t_k an.

4 c) Bestimmen Sie die Koordinaten aller weiteren Punkte von G_k, in denen die Tangenten parallel zu t_k verlaufen.

5 3. Zeichnen Sie G_2 unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse (Längeneinheit 1 cm).

4. Gegeben ist die Integralfunktion $F : x \mapsto \int_3^x f_2(t)\,dt$ mit $x \in \left]2; \infty\right[$.

2 a) Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass F umkehrbar ist.

6 b) Ermitteln Sie eine integralfreie Darstellung von F und bestätigen Sie, dass für die Umkehrfunktion F^{-1} gilt: $F^{-1}(x) = \sqrt{5e^x + 4}$

5. Gegeben ist die Funktion $h : x \mapsto \frac{1}{x-2}$ mit $x \in \left[0; 2\right[$. Ihr Graph wird mit G_h bezeichnet.

3 a) Weisen Sie nach, dass für $0 \le x < 2$ gilt: $h(x) < f_2(x)$

5 b) Im vierten Quadranten liegt zwischen den Graphen G_2 und G_h ein Flächenstück. Zeigen Sie, dass dieses einen endlichen Inhalt besitzt, und geben Sie ihn an.

40