BE

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind die Punkte A(2|-1|0) und C(1|2|-11), die Geradenschar $g_t:\ \vec{x}=\begin{pmatrix} 2-t \\ -1+3t \\ -11t \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\lambda, t \in \mathbb{R}$ sowie die Ebene $E: x_1 + 4x_2 + x_3 + 2 = 0$ gegeben.

5 1. a) Wie liegen die Geraden g_t zueinander? Zeigen Sie, dass durch die Geradenschar g_t, $t \in \mathbb{R}$, die gleiche Punktmenge wie durch die Ebene E beschrieben wird.

2 b) Untersuchen Sie, ob eine Gerade g_t die x_1-Achse schneidet.

4 c) Zeigen Sie, dass der Punkt A auf g_0 liegt. Bestimmen Sie ferner die Koordinaten des Punkts $B(b_1|b_2|b_3)$ auf der Geraden g_0 so, dass gilt: $\overline{AB}=12$ und $b_1<0$. [Teilergebnis: B(-6|3|-8)]

3 d) Der Punkt C liegt in E (Nachweis nicht erforderlich). Auf welcher Geraden g_t liegt er?

4 e) Berechnen Sie den Abstand der beiden Geraden g_0 und g_1.

7 2. a) Begründen Sie, dass es einen Punkt D auf g_1 gibt, der zusammen mit den Punkten A, B und C ein achsensymmetrisches Trapez festlegt. Bestimmen Sie die Koordinaten von D und eine Gleichung der Symmetrieachse s dieses Trapezes ABCD.

3 b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes.

[zur Kontrolle: $45\sqrt{2}$]

3. Die Kugel k hat den Mittelpunkt M(-8|-3|0) und den Radius $r=6\sqrt{2}$.

7 a) Begründen Sie, dass k die Ebene E schneidet. Wie groß ist der Radius des Schnittkreises?

5 b) ABCDS ist eine Pyramide, deren Spitze S auf der Kugel k liegt. Berechnen Sie das größtmögliche Volumen, das eine solche Pyramide haben kann.

40