

BE

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind gegeben:

Die Punkte $A(1|5|-2)$, $B(11|0|-2)$, $C(5|8|-2)$,

die Gerade $h: \bar{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ und

die Ebenenschar $H_a: 3x_1 - 4x_2 + 5ax_3 + (17 - 15a) = 0$, $a \in \mathbb{R}$.

- 3 1. a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist, und berechnen Sie die Längen seiner Katheten.
- 3 b) Geben Sie eine Gleichung der Ebene G, in der A, B und C liegen, in Normalenform an. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat G?
- 2 c) Zeigen Sie, dass die Geraden h und $g = AC$ echt parallel sind.
- 7 d) Berechnen Sie den Abstand der Geraden g und h und bestimmen Sie die Punkte D und E auf h so, dass das Viereck ADEC ein Rechteck ist. Begründen Sie, dass dieses Rechteck senkrecht auf der Ebene G steht. [Teilergebnis: $D(1|5|3)$]
- 4 e) Die Punkte A, D, E, C und B bilden eine Pyramide. Fertigen Sie eine saubere Skizze an, in der diese Pyramide sowie die Ebene G und die Geraden g und h eingetragen sind.
- 3 f) Berechnen Sie den Rauminhalt der Pyramide ADECB.
- 2 2. a) Zeigen Sie, dass h in jeder Ebene H_a liegt.
- 5 b) Wie muss a gewählt werden, damit H_a die Strecke [BC] schneidet?
- 5 c) Die Pyramide ADECB wird von der Ebene H_1 in einer Fläche Σ geschnitten. P ist der Schnittpunkt der Ebene H_1 und der Strecke [BC]. Kennzeichnen Sie Σ in der Skizze aus Teilaufgabe 1e. Bestimmen Sie dazu das Verhältnis, in dem P die Strecke [BC] teilt.
- 6 d) Berechnen Sie den Flächeninhalt von Σ .