BE

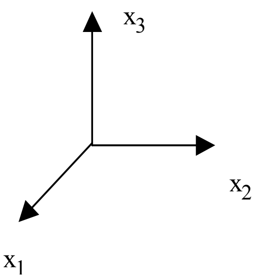
VI.

Die Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

bestimmen die Ebene E (Nachweis nicht erforderlich).
Zusätzlich ist die Ebene $H: x_1 + x_2 = 0$ gegeben.

5 1. a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.
[mögliches Ergebnis: $E: 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 6 = 0$]

3 b) Bestimmen Sie die Koordinaten a, b und c so, dass die Punkte A(a|0|0), B(0|b|0) und C(0|0|c) die Schnittpunkte der Ebene E mit den Koordinatenachsen sind.
Legen Sie ein Koordinatensystem an (vgl. Skizze) und tragen Sie das Dreieck ABC ein.



5 c) Die Ebenen E und H schneiden sich in der Geraden k. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden k.

[mögliches Ergebnis: $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}, \ \tau \in \mathbb{R}$]

6 d) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist.
Geben Sie den Fußpunkt F des Lots von dem Punkt C auf die Gerade AB an und tragen Sie das Lot und den Lotfußpunkt F in Ihre Zeichnung aus Teilaufgabe 1b ein.
Begründen Sie, dass die Strecke [CF] auf der Geraden k liegt.

4 e) Bestimmen Sie den Schnittwinkel α (auf 0,1° genau) der Geraden k und der x_3-Achse. Kennzeichnen Sie diesen Winkel in Ihrer Zeichnung.

5 f) Durch Spiegeln der Punkte A und B am Ursprung O erhält man die Punkte A' und B'. Tragen Sie diese Punkte in Ihre Zeichnung ein.
Berechnen Sie den Rauminhalt der Pyramide AB'A'BC.

3 2. a) Bestimmen Sie den Abstand eines beliebigen Punkts P(0|0|p) der x_3-Achse von der Ebene E in Abhängigkeit von p.

5 b) Bestimmen Sie die beiden Punkte der x_3-Achse, die von der x_1x_2-Ebene genauso weit entfernt sind wie von der Ebene E.
[Teilergebnis: P_1 (0|0|1,5)]

4 c) Geben Sie eine Gleichung der Kugel an, die der Pyramide AB'A'BC (vgl. Teilaufgabe 1f) einbeschrieben ist.

40