

BE

### GM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

#### V.

In einem kartesischen Koordinatensystem bestimmen die Punkte  $A(0|-4|3)$ ,  $B(1|4|-2)$  und  $C(-2|4|1)$  die Ebene E.

6 1. a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC einen rechten Winkel besitzt, und berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

9 b) Ermitteln Sie die Koordinaten des Schwerpunkts S, des Umkreismittelpunkts U (Thaleskreis!) und des Höhenschnittpunkts H dieses rechtwinkligen Dreiecks ABC.

Erläutern Sie, warum die Punkte S, U und H auf einer Geraden liegen. In welchem Verhältnis teilt U die Strecke [SH]?

5 c) Bestimmen Sie eine Gleichung der durch die Punkte A, B und C bestimmten Ebene E in Normalenform.

[mögliches Ergebnis:  $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2 = 0$ ]

2. Gegeben ist weiter die Gerade  $g: \bar{x} = \begin{pmatrix} 16 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$  mit  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

6 a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts T auf der Geraden g, der von A den kürzesten Abstand besitzt.

[zur Kontrolle:  $T(6|-1|9)$ ]

5 b) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage von g und E.

6 c) Berechnen Sie die Länge der Strecke [AT] und den Abstand des Punkts T von der Ebene E.

Warum steht die Gerade AT sowohl auf der Ebene E als auch auf der Geraden g senkrecht?

Fertigen Sie eine Skizze an, die die Geraden AT und g sowie die Ebene E enthält.

3 d) Geben Sie eine Gleichung der Kugel an, deren Mittelpunkt auf der Geraden g liegt und die die Ebene E in A berührt.

40