BE

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind die Punkte $A(0|0|-4)$, $B(4|0|0)$ und $C_t(t-8|t|t-8)$, $t \in \mathbb{R}$, gegeben.

4 1. a) Zeigen Sie, daß die Punkte A, B und C_t für jedes t ein Dreieck bestimmen und daß dieses Dreieck den Flächeninhalt $2 \cdot \sqrt{2t^2+16}$ hat.

5 b) Geben Sie an, für welchen Wert von t der Flächeninhalt minimal wird. Erläutern Sie, wie man mit diesem Ergebnis ermitteln kann, fi welchen der Punkte C_t der Abstand von der Geraden AB minimal is Geben Sie auch diesen minimalen Abstand an.

4 2. a) Die Punkte A, B und C_t liegen in einer Ebene E_t. Stellen Sie eine Gleichung dieser Ebene E_t in Normalenform auf.

[mögliches Ergebnis für E_t: $tx_1 + 4x_2 - tx_3 - 4t = 0$]

3 b) Zeigen Sie, daß die Ebenen E_t und E_{t^*} genau dann aufeinander senkrecht stehen, wenn gilt: $t \cdot t^* = -8$. Zu welcher Ebene der Sch existiert keine senkrechte Ebene in der Schar?

7 c) Zwei zueinander senkrechte Ebenen E_t und E_{t^*} schneiden die x_2 - Achse in den Punkten S_t und S_{t^*}. Berechnen Sie die Strecken - länge $\overline{S_tS_{t^*}}$, und ermitteln Sie mit Hilfe der Differentialrechnung, welche Werte von t diese Streckenlänge minimal wird.

7 3. a) Die Mittelpunkte aller Kugeln durch die Punkte A, B und den Ursprung O liegen auf einer Geraden (Nachweis nicht erforderlich) Geben Sie eine Gleichung dieser Geraden in Parameterform an. Fü welche beiden Mittelpunkte beträgt der Kugelradius $\sqrt{24}$?

6 b) A, B, O und C_t ($t \neq 0$) bilden eine Pyramide. Bestimmen Sie C_t so, daß die Kugel mit Mittelpunkt $M_1(2|4|-2)$ und Radius $\sqrt{24}$ Umkugel dieser Pyramide ist.

4 c) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABOC_8$.

40