

BE

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

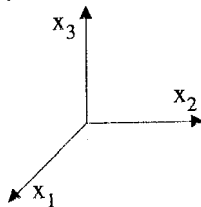
In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 ist für jeden Parameterwert $t \in \mathbb{R}$ durch $E_t : 2x_1 - tx_2 + 4x_3 = 0$ und $H_t : x_2 = t$ je eine Ebene festgelegt.

- 1 1. a) Welche Ebene E_t enthält den Punkt $Q(-3, 2 | -4 | 5, 6)$?
- 5 b) Zeigen Sie, daß sich alle Ebenen E_t in einer gemeinsamen Geraden schneiden, und geben Sie eine Gleichung von s in Parameterform an.
- 2 c) Für welches t sind E_t und H_t zueinander senkrecht?
- 1 d) Beschreiben Sie, welche besondere Lage die Ebenen H_t im Koordinatensystem haben.
- 7 2. a) Berechnen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden g_t von E_t und H_t .

$$\left[\text{Ergebnis: } g_t : \vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{t}{2} \\ t \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R} \right]$$

Welchen Winkel (auf 1° genau) schließt die Gerade g_t mit der Ebene $x_1 = 0$ ein?

- 7 b) Zeigen Sie, daß durch g_0 und die x_2 -Achse die Ebene E_0 eindeutig festgelegt ist. Zeigen Sie ferner, daß alle Geraden g_t , $t \neq 0$, auf derselben Seite von E_0 liegen.
- 5 c) Berechnen Sie den Schnittpunkt S_t der Geraden g_t mit der x_2x_3 -Ebene. Zeigen Sie, daß die Punkte S_t auf einer Parabel in der x_2x_3 -Ebene liegen.
- 5 d) Legen Sie ein Koordinatensystem an (siehe Skizze).
Zeichnen Sie die Geraden g_{-4} , g_{-2} , g_0 , g_2 und die in Teilaufgabe 2c beschriebene Kurve ein.



- 7 3. Es gibt ein Quadrat, von dem 2 Seiten auf Geraden der durch g_t bestimmten Parallelschar liegen und das die Ecken $O(0 | 0 | 0)$ und Q (siehe Teilaufgabe 1a) besitzt (Nachweis nicht erforderlich). Berechnen Sie den Flächeninhalt des Quadrats.