

## Grundkurs Mathematik Abiturprüfung 1997 Analytische Geometrie VI

In einem kartesischen Koordinatensystem sind der Punkt  $C(4|0|4)$ , die Ebene

$E: 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2 = 0$  und die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$  gegeben.

1. a) Zeigen Sie, dass der Punkt C auf der Geraden g liegt. (2 BE)
- b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts A der Geraden g mit der Ebene E.  
[Ergebnis:  $A(1|0|-2)$ ] (4 BE)
- c) Berechnen Sie den Winkel zwischen einem Richtungsvektor der Geraden g und einem Normalenvektor der Ebene  $E_1$  auf  $0,1^\circ$  genau.  
Unter welchem Winkel schneidet also die Gerade g die Ebene  $E_1$ ? (5 BE)
- d) Ermitteln Sie den Abstand des Punkts C von der Ebene  $E_1$ .  
Prüfen Sie, ob der Punkt C und der Ursprung 0 des Koordinatensystems auf verschiedenen Seiten der Ebene  $E_1$  liegen. (5 BE)

Die Ebene  $E_2$  enthält die Gerade g und steht senkrecht auf der Ebene  $E_1$ .

2. a) Stellen Sie eine Gleichung der Ebene  $E_2$  in Normalenform auf.  
[mögliches Ergebnis:  $E_2: 2x_1 + 2x_2 - x_3 - 4 = 0$ ] (5 BE)
- b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s der beiden Ebenen  $E_1$  und  $E_2$ .  
[mögliches Ergebnis:  $s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  mit  $\mu \in \mathbb{R}$ ] (6 BE)
- c) Bestimmen Sie auf der Geraden s den Punkt B so, dass das Dreieck ABC (A: Teilaufgabe 1 b) bei C einen rechten Winkel besitzt. Fertigen Sie eine Skizze an, die das Dreieck ABC sowie die Geraden g und s enthält. [Ergebnis:  $B(-4|10|8)$ ] (7 BE)
- d) Durch Rotation des Dreiecks ABC um die Gerade AB als Achse entsteht ein Doppelkegel, der aus zwei geraden Kreiskegeln mit gemeinsamer Grundfläche besteht. Berechnen Sie das Volumen dieses Doppelkegels. (6 BE)

(40 BE)