

**Grundkurs Mathematik Abiturprüfung 1997**  
**Analytische Geometrie V**

In einem kartesischen Koordinatensystem enthält die Gerade  $g$  den Punkt  $S(2/4 \mid -2)$  und

besitzt den Richtungsvektor  $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

1. a) Bestimmen Sie den Schnittpunkt  $P$  der Geraden  $g$  mit der Ebene  $x_2 = -2$ .  
[Ergebnis:  $P(-1 \mid -2 \mid 1)$ ] (3 BE)
- b) Zeigen Sie, dass das Dreieck  $PAS$  mit  $A(2 \mid -2 \mid -2)$  bei  $A$  rechtwinklig ist.  
Fertigen Sie eine Skizze an, die das Dreieck  $PAS$  und die Gerade  $g$  enthält. (3 BE)
- c) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene  $E$ , in der das Dreieck  $PAS$  liegt, in Normalenform.  
Welche besondere Lage hat die Ebene  $E$  im Koordinatensystem?  
[mögliches Ergebnis:  $E: x_1 + x_3 = 0$ ] (6 BE)

Der Punkt  $F$  ist der Fußpunkt des Lotes von dem Punkt  $A$  (Teilaufgabe 1 b) auf die Gerade  $g$ .

2. a) Bestimmen Sie  $F$ , und tragen Sie den Punkt  $F$  in die Skizze von Teilaufgabe 1 b ein.  
[Ergebnis:  $F(0 \mid 0 \mid 0)$ ] (5 BE)
  - b) Der Spiegelpunkt des Punktes  $A$  an der Geraden  $g$  heißt  $C$ . Bestimmen Sie  $C$ , und tragen Sie  $C$  in die Skizze von Teilaufgabe 1 b ein. (2 BE)
  - c) Die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  sind die Eckpunkte eines Quadrats mit dem Diagonalschnittpunkt  $F$ . Die Diagonale  $BD$  des Quadrats steht senkrecht auf der Ebene  $E$  (Teilaufgabe 1 c). Bestimmen Sie die Punkte  $B$  und  $D$ .  
[mögliches Teilergebnis:  $B(\sqrt{6} \mid 0 \mid \sqrt{6})$ ]. (7 BE)
  - d) Die Pyramide  $ABCDP$  hat ihre Spitze im Punkt  $P$  (Teilaufgabe 1 a).  
Welchen Winkel (auf  $1^\circ$  genau) schließt eine Seitenkante dieser Pyramide mit der Grundfläche ein?  
Bestimmen Sie das Volumen der Pyramide  $ABCDP$ . (8 BE)
3. a) Die Eckpunkte des Quadrats  $ABCD$  (Teilaufgabe 2 c) liegen auf der Kugel  $K$ , deren Mittelpunkt der Punkt  $P$  (Teilaufgabe 1 a) ist. Geben Sie die Gleichung der Kugel  $K$  an. (3 BE)
  - b) Geben Sie Mittelpunkt und Radius der kleinsten Kugel an, auf der die Eckpunkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  liegen. (3 BE)

(40 BE)