

Wahrscheinlichkeitsrechnung II

In einem Spielsalon gibt es zwei Sorten von Laplace-Oktaedern. Typ I hat auf den acht Seiten die Ziffern 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, Typ II ist mit den Ziffern 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 beschriftet. Als geworfen gilt die Ziffer, die oben liegt.

1. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten p_I bzw. p_{II} , mit drei Oktaedern vom Typ I bzw. mit drei Oktaedern vom Typ II drei gleiche Ziffern zu werfen?
[Ergebnis: $p_I = 18\%$, $p_{II} = 12,1\%$] (4 BE)
2. In einer Urne liegen fünf Oktaeder vom Typ I und drei vom Typ II. Bei einem Spiel werden drei Oktaeder gleichzeitig rein zufällig aus der Urne herausgegriffen und geworfen. Gewonnen ist das Spiel, wenn bei drei Oktaedern des gleichen Typs drei gleiche Ziffern fallen.
 - (a) Anton spielt einmal. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt er?
[Ergebnis: $P(\text{Gewinn}) = 3,4\%$] (5 BE)
 - (b) Bernd spielt einmal und verliert. Wie groß ist dann die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass er drei Oktaeder vom Typ I aus der Urne gegriffen hat? (7 BE)
 - (c) Mit welcher Zahl von Gewinnen kann man mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens rechnen, wenn das Spiel 1000mal gespielt wird? Verwenden Sie die Normalverteilung als Näherung. (7 BE)
3. Acht Oktaeder des Typ I werden geworfen und anschließend in einer Reihe angeordnet. Es entsteht eine achtstellige Zahl.
 - (a) Wie viele solche Zahlen sind möglich? (2 BE)
 - (b) Bei wie vielen Zahlen ergibt die Quersumme die Zahl 22? (4 BE)
4. Eine Firma liefert Oktaeder vom Typ II und versichert, dass bei jedem Oktaeder alle Seiten mit gleicher Wahrscheinlichkeit fallen. Der Inhaber der Spielsalons prüft eines der Oktaeder, indem er es n -mal wirft und die Anzahl der geworfenen Dreier betrachtet. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die Angabe der Lieferfirma zutrifft.
 - (a) Das Oktaeder wird 1000mal geworfen. Um welche Zahl a muss die Anzahl der geworfenen von der Zahl der zu erwartenden Dreier mindestens abweichen, wenn die Wahrscheinlichkeit für diese Abweichung unter 25% bleiben soll? Verwenden Sie die Tschebyschow-Ungleichung. (5 BE)
 - (b) Das Oktaeder wird 200mal geworfen. Der Inhaber des Spielsalons lehnt die Behauptung der Lieferfirma nicht ab, wenn die Zahl der geworfenen Dreier in einem möglichst kleinen, symmetrisch um den Erwartungswert gelegenen Bereich enthalten ist, der so festgelegt ist, dass sich der Inhaber mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 5% irrt. Ermitteln Sie diesen Bereich. (6 BE)