BE

II.

Gegeben ist die reelle Funktion $f: x \mapsto \frac{2-x}{x^2-x}$ mit ihrer maximalen Definitionsmenge D_f. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

3 1. a) Bestimmen Sie D_f und die Nullstelle der Funktion f.

6 b) Untersuchen Sie das Verhalten von f in der Umgebung der Definitionslücken sowie für $x \to \pm\infty$.

10 c) Zeigen Sie: $f'(x) = \frac{x^2-4x+2}{(x^2-x)^2}$.

Weisen Sie ohne Verwendung der 2. Ableitung nach, daß G_f an der Stelle $x_1 = 2-\sqrt{2}$ einen Hochpunkt und an der Stelle $x_2 = 2+\sqrt{2}$ einen Tiefpunkt besitzt.

Berechnen Sie die zugehörigen Funktionswerte auf zwei Dezimalen genau.

8 d) Berechnen Sie $f(-1)$, $f(1{,}5)$ und $f'(2)$. Zeichnen Sie G_f unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse (Längeneinheit 1 cm).

2. Gegeben ist weiter die Integralfunktion

$$F: x \mapsto \int_{1,5}^{x} f(t)\,dt \quad \text{mit} \quad D_F = \left]1;+\infty\right[.$$

6 a) Zeigen Sie: $F(x) = \ln\left[\frac{9(x-1)}{2x^2}\right]$.

7 b) Ermitteln Sie alle Nullstellen von F, und deuten Sie das Ergebnis geometrisch.

40