BE

GM1. INFINITESIMALRECHNUNG

I.

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}$ mit $D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

3 1. a) Bestimmen Sie die Nullstelle der Funktion f und das Verhalten von f für $x \to -\infty$.

5 b) Zeigen Sie, daß G_f punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung ist. Geben Sie nun das Verhalten von f für $x \to +\infty$ an.

7 c) Zeigen Sie: $f'(x) = \frac{-4e^{2x}}{(1+e^{2x})^2}$.
Ermitteln Sie das Monotonieverhalten von f, und geben Sie die Wertemenge von f an.

2 d) Der Ursprung des Koordinatensystems ist Wendepunkt von G_f (Nachweis nicht verlangt). Berechnen Sie die Gleichung der Wendetangente.

5 e) Berechnen Sie f(1) auf zwei Dezimalen genau. Zeichnen Sie G_f unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse (Längeneinheit 2 cm).

8 2. Begründen Sie, daß f umkehrbar ist. Bestimmen Sie für die Umkehrfunktion f^{-1} Funktionsterm, Definitions- und Wertemenge.
Zeichnen Sie den Graphen der Umkehrfunktion $G_{f^{-1}}$ in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 1e ein.

4 3. a) Zeigen Sie, daß $F: x \mapsto x - \ln(1 + e^{2x})$ mit $D_F = \mathbb{R}$ eine Stammfunktion von f ist.

3 b) Berechnen Sie $J = \int_{-1}^{0} f(x)dx$ auf drei Dezimalen genau.

3 c) G_f, $G_{f^{-1}}$ und die Geraden mit den Gleichungen $x = -1$ und $y = 1$ begrenzen im II. Quadranten ein Flächenstück. Berechnen Sie dessen Inhalt auf zwei Dezimalen genau.

40