

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem bestimmen die Punkte $A(1|0|2)$, $B(6|0|2)$ und $C(6|4|-1)$ die Ebene E . Eine weitere Ebene F ist

durch $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = 0$ gegeben.

- 5 1. a) Zeigen Sie: A , B und C können durch einen Punkt D zu einem Quadrat $ABCD$ ergänzt werden. Berechnen Sie die Koordinaten von D .
- 5 b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.
[mögliches Ergebnis: $E: 3x_2 + 4x_3 - 8 = 0$]
- 7 c) Berechnen Sie die Schnittgerade g der Ebenen E und F .
2. Die Ebene $E': 3x_2 + 4x_3 = 0$ und die Ebene F schneiden sich in der Geraden g' .
- 7 a) Bestimmen Sie den Abstand der Ebenen E und E' . Untersuchen Sie die gegenseitige Lage von g und g' , und zeigen Sie, daß der Ursprung auf g' liegt.
- 3 b) Bezüglich der üblichen Verknüpfungen bildet die Menge V' der Ortsvektoren der Punkte von g' einen eindimensionalen Vektorraum, die Menge V der Ortsvektoren der Punkte von g (vgl. Teilaufgabe 1c) jedoch nicht. Begründen Sie, warum V kein Vektorraum ist, und geben Sie eine Basis von V' an.
3. Das Quadrat $ABCD$ bildet die Grundfläche einer Pyramide $ABCDS$ mit lauter gleich langen Kanten.
- 6 a) Berechnen Sie Höhe und Volumen der Pyramide $ABCDS$.
[Teilergebnis: $h = \frac{5}{2}\sqrt{2}$]
- 7 b) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S , wenn S in dem durch die Ebene E bestimmten Halbraum des \mathbb{R}^3 liegt, der den Ursprung nicht enthält.