

Analytische Geometrie I

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0|-4|0)$, $B(6|8|4)$ und $M(-3|4|5)$ gegeben. Die Punkte A , B und M bestimmen die Ebene E .

1. (a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABM gleichschenkelig und bei M rechtwinklig ist. (4 BE)
- (b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.
[Mögliches Ergebnis: $E : 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 12 = 0$] (6 BE)
2. M sei der Mittelpunkt eines Quadrats $ABCD$.
 - (a) Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte C und D .
[Zur Kontrolle: $D(-12|0|6)$] (5 BE)
 - (b) Der Punkt $S(s_1|s_2|s_3)$ mit $s_3 > 0$ ist die Spitze der Pyramide $ABCDS$ mit dem Höhenfußpunkt M . Bestimmen Sie die Koordinaten von S , wenn die Pyramide das Volumen 1372 hat.
[Ergebnis: $S(3|-5|23)$] (7 BE)
 - (c) Berechnen Sie den Winkel (auf $0,1^\circ$ genau), unter dem die Gerade DS die Ebene E schneidet. (5 BE)
3. Gegeben ist die Ebene $F : 6x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 8 = 0$.
 - (a) Zeigen Sie, dass die Ebene F senkrecht auf der Ebene E steht und die Gerade AB enthält. (4 BE)
 - (b) Die Gerade DS schneidet die Ebene F im Punkt S^* . Bestimmen Sie die Koordinaten von S^* . (5 BE)
 - (c) Wie groß ist das Volumen der Pyramide $ABCDS^*$? (4 BE)