BE

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(12 \mid 1 \mid 4)$, $B(4 \mid 5 \mid -4)$ und $C_k(k \mid 4k-5 \mid k+4)$ mit $k \in \mathbb{R}$ gegeben.

3 1. a) Zeigen Sie, daß die Punkte A, B und C_k für alle $k \in \mathbb{R}$ ein Dreieck bilden.

5 b) Weisen Sie nach, daß C_k in der Symmetrieebene der Punkte A und B liegt. Welche Eigenschaft ergibt sich daraus für das Dreieck ABC_k?

3 c) Geben Sie eine Gleichung der Geraden g an, auf der alle Punkte C_k liegen. Welche Beziehung haben die Richtung von g und die Richtung der Geraden AB zueinander?

6 d) Bestimmen Sie den Wert des Parameters k so, daß der Flächeninhalt des Dreiecks ABC_k minimal wird. Wie groß ist der Flächeninhalt in diesem Fall? [Teilergebnis: $k = 2$]

6 e) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide ABC_2C_0.

2. E_0 ist die Ebene, die die Punkte A, B und C_0 enthält.

3 a) Ermitteln Sie eine Gleichung von E_0 in Normalenform.

[mögliches Ergebnis: $-x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2 = 0$]

3 b) Zeigen Sie, daß sich die Ebene E_0 und die Gerade g aus Teilaufgabe 1c unter einem Winkel von 45 ° schneiden.

Für $k \neq 0$ ist F_k der Fußpunkt des Lotes von C_k auf E_0.

6 c) Berechnen Sie F_k. Begründen Sie ohne weitere Rechnung, daß F_k von C_0 und C_k gleich weit entfernt ist.

[Teilergebnis: $F_k(2k \mid 2k-5 \mid -k+4)$]

5 d) Für welchen Wert von k ist der Fußpunkt F_k von C_0 und A gleich weit entfernt? Welche besondere geometrische Eigenschaft hat für dieses k der Fußpunkt F_k für die Pyramide ABC_0C_k?

40