

II.

Gegeben ist die Schar der Funktionen  $f_k : x \mapsto e - e^{k - \frac{x}{2}}$  mit  $D_{f_k} = \mathbb{R}$  und  $k \in \mathbb{R}$ . Ihre Graphen werden mit  $G_k$  bezeichnet.

- 4 1. a) Ermitteln Sie die Schnittpunkte von  $G_k$  mit den Koordinatenachsen und das Verhalten der Scharfunktionen für  $x \rightarrow -\infty$ .  
[Teilergebnis:  $(2k - 2 | 0)$ ]
- 3 b) Zeigen Sie, daß die Gerade  $h : y = e$  eine horizontale Asymptote von  $G_k$  für  $x \rightarrow \infty$  ist und daß alle Graphen der Schar stets unterhalb von  $h$  verlaufen.
- 5 c) Untersuchen Sie das Monotonie- und das Krümmungsverhalten von  $f_k$ .
- 4 d) Für welche  $x$ -Werte unterscheidet sich  $f_{-1}(x)$  von  $e$  um weniger als  $0,1$ ?
- 6 e) Berechnen Sie die Funktionswerte  $f_{-1}(-7)$ ,  $f_2(-1)$  und  $f_2(8)$  auf 2 Dezimalen gerundet, und zeichnen Sie die Graphen  $G_{-1}$  und  $G_2$  im Intervall  $[-7;8]$  unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse in ein gemeinsames Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm). Tragen Sie auch die Asymptote  $h$  ein.
- 2 2. a) Weisen Sie nach, daß  $F_k : x \rightarrow e \cdot x + 2 \cdot e^{k - \frac{x}{2}}$  mit  $D_{F_k} = \mathbb{R}$  eine Stammfunktion von  $f_k$  ist.
- 5 b) Der Graph  $G_k$  schließt mit der  $x$ -Achse und der Geraden  $x = 2k$  eine Fläche mit dem Inhalt  $A_k$  ein. Berechnen Sie  $A_k$ .  
[Ergebnis:  $A_k = 2$ ]
- 5 c) Die Graphen  $G_k$  gehen durch Verschiebung parallel zur  $x$ -Achse auseinander hervor (Nachweis nicht erforderlich). Wie äußert sich dies im Ergebnis von Teilaufgabe 2b? Begründen Sie Ihre Antwort geometrisch.
- 6 3. Die Funktionen  $f_k$  der Schar sind alle umkehrbar. Begründen Sie dies kurz, berechnen Sie den Funktionsterm der Umkehrfunktionen, und geben Sie die Definitions- und die Wertemenge der Umkehrfunktionen an.