BE

GM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

In einem kartesischen Koordinatensystem sind der Punkt A(7 | 4 | 5) und die Geraden

$g\ : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ gegeben.

Der Punkt A und die Gerade g liegen in einer Ebene E.

6 1. a) Begründen Sie, daß die Ebene E durch den Punkt A und die Gerade g eindeutig festgelegt ist. Stellen Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform auf.

[mögliches Ergebnis: $2x_1 + x_2 - 3x_3 - 3 = 0$]

6 b) Zeigen Sie, daß die Gerade h und die Ebene E parallel sind, und berechnen Sie den Abstand von h und E.

[Teilergebnis: $d(h;E) = \sqrt{14}$]

2. Die Schnittgerade der Ebene E mit der x_1x_2 - Ebene heiße s.

5 a) Bestimmen Sie eine Gleichung von s in Parameterform.

[mögliches Ergebnis: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}; \sigma \in \mathbb{R}$]

7 b) Zeigen Sie, daß der Punkt B(0 | 3 | 0) auf s liegt, und bestimmen Sie einen Punkt C auf s so, daß das Dreieck ABC bei C rechtwinklig ist.

[Teilergebnis: C(1 | 1 | 0)]

3. Das Dreieck ABC und ein beliebiger Punkt S_μ auf der Geraden h bilden eine dreiseitige Pyramide.

8 a) Berechnen Sie das Volumen dieser Pyramide.

8 b) Die Vektoren $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$ und $\overrightarrow{CS_o}$ mit $S_o(1 | 3 | -4)$ bilden eine Basis des $\mathbb{R}^3$ (Nachweis nicht erforderlich). Stellen Sie den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Linearkombination dieser Basisvektoren dar. Interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch in bezug auf die Lage der Geraden h zur Ebene E.

40