

L 3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

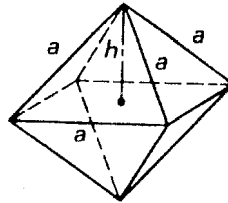
V.

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(2|0|4)$, $B(-2|5|1)$ und $C(2|10|4)$ gegeben.

- 2 1. a) Zeigen Sie durch Rechnung, daß das Dreieck ABC gleichschenkelig ist und daß bei B ein rechter Winkel vorliegt.
- 3 b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D so, daß das Viereck ABCD ein Quadrat ist, und geben Sie eine Gleichung der Ebene E durch die Punkte A, B und C in Normalenform an.

$$[\text{Teilergebnis: } E: 3x_1 - 4x_3 + 10 = 0]$$

- 5 c) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte $R(r_1 | r_2 | r_3)$ und $S(s_1 | s_2 | s_3)$ mit $r_3 < s_3$ so, daß ABCDRS ein reguläres Oktaeder (vgl. Skizze) ist.



$$[\text{Teilergebnis: } R(5|5|0)]$$

- 7 d) Berechnen Sie den Radius r der dem Oktaeder aus Teilaufgabe 1c einbeschriebenen Kugel.

In welchem Punkt P berührt die Kugel die Seitenfläche BRC ?

2. Zusätzlich zum Oktaeder aus Teilaufgabe 1c wird die Ebenenschar $F_t: tx_1 + (7t - 1)x_3 + (4 - 30t) = 0$ mit $t \in \mathbb{R}$ betrachtet.

- 2 a) Zeigen Sie, daß jede Ebene der Schar die Gerade AC enthält.
- 6 b) Berechnen Sie diejenigen Werte von t , für die die Ebene F_t die Kante $[BR]$ des Oktaeders schneidet.
- 5 c) Jede Scharebene F_t schneidet das Oktaeder in einer Schnittfigur Σ_t . $\Sigma_{0,14}$ enthält die Mitte der Kante $[BR]$ (kein Nachweis erforderlich). Begründen Sie genau, daß es keine Schnittfigur Σ_t gibt, die einen kleineren Flächeninhalt als $\Sigma_{0,14}$ hat.