BE

II.

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto (1-x^2)\,e^{\frac{1}{2}(3-x^2)}$ mit $D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

5 1. a) Untersuchen Sie G_f auf Symmetrie, ermitteln Sie die Nullstellen von f, und bestimmen Sie das Verhalten von f für $|x| \to \infty$.

(Hinweis: $\lim\limits_{x\to\infty} x^n \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2} = 0$ für $n \in \mathbb{N}$ darf ohne Beweis verwendet werden.)

10 b) Ermitteln Sie das Monotonieverhalten von f, und geben Sie Art und Lage der Extrempunkte von G_f an.

$$\left[\text{zur Kontrolle: } f'(x) = (x^3-3x)\,e^{\frac{1}{2}(3-x^2)}\right]$$

6 c) Zeichnen Sie G_f unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse und der Funktionswerte f(3) und f(4) im Bereich $-4 \leqq x \leqq 4$ (Längeneinheit 2 cm).

4 d) Die Schnittpunkte von G_f mit der x-Achse und ein weiterer, beliebiger Punkt P des Graphen von f bestimmen ein Dreieck. Ermitteln Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse den Punkt P, für den das Dreieck maximalen Flächeninhalt besitzt. Geben Sie auch diesen Inhalt an.

4 2. a) Weisen Sie nach, daß die Funktion $F: x \mapsto x\,e^{\frac{1}{2}(3-x^2)}$ mit $D_F = \mathbb{R}$ die integralfreie Darstellung von $\int_0^x f(t)\,dt$ ist.

5 b) Bestimmen Sie unter Verwendung bisheriger Ergebnisse die Koordinaten der Extrem- und Wendepunkte von F.

6 c) Bestimmen Sie $\lim\limits_{x\to\infty} F(x)$.

Was bedeutet das Ergebnis geometrisch - anschaulich?

40