

BE

G 1. INFINITESIMALRECHNUNG

I.

Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \ln \frac{x-3}{2x}$ mit maximalem Definitionsbereich D_f . Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

- 5 1. a) Zeigen Sie : $D_f = \mathbb{R} \setminus [0;3]$.
- 5 b) Untersuchen Sie das Verhalten von f an den Grenzen von D_f , und geben Sie die Gleichungen aller Geraden an, die Asymptoten von G_f sind.
- 6 c) Bestimmen Sie die Nullstelle und das Monotonieverhalten von f .
- $\left[\text{zur Kontrolle : } f'(x) = \frac{3}{x^2 - 3x} \right]$
- 4 d) Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von G_f .
- 5 e) Berechnen Sie $f(-5)$, $f(-1)$, $f(4)$ und $f(7)$ auf 2 Dezimalen gerundet, und zeichnen Sie G_f unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse im Bereich $-5 \leq x \leq 7$ (Längeneinheit 1 cm).
- 4 2. a) Zeigen Sie, daß $F(x) = x \cdot \ln \frac{x-3}{2x} - 3 \ln(3-x)$ im Bereich $x < 0$ eine Stammfunktion von f ist.
- 4 b) Die Einschränkung von f auf $]-\infty; 0[$ ist umkehrbar. Zeichnen Sie den Graphen der zugehörigen Umkehrfunktion g in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 1e ein. Geben Sie die Definitionsmenge von g an.
- 7 c) Berechnen Sie mit Hilfe der Teilaufgaben 2a und 2b das vom Graphen von g , den Koordinatenachsen und der Geraden mit der Gleichung $x = \ln 2$ begrenzte Flächenstück.

40