Analytische Geometrie II

In einem kartesischen Koordinatensystem bestimmen die Punkte $A(-5|-5|-1)$ und $B(-2|-9|-1)$ die Gerade g und die Punkte $C(0|5|3)$ und $D(-3|9|3)$ die Gerade h.

1. (a) Zeigen Sie, dass die Punkte A, B, C und D die Ecken eines Parallelogrammes sind. (3 BE)

   (b) Wesen Sie nach, dass das Parallelogramm $ABCD$ kein Rechteck ist. (2 BE)

   (c) Berechnen Sie eine Normalenform der Ebene E, die auf der Geraden g senkrecht steht und den Punkt D enthält.
   [Mögliches Ergebnis: $E: 3x_1 - 4x_2 + 45 = 0$] (4 BE)

   (d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt P der Geraden g mit der Ebene E aus Teilaufgabe 1c. Begründen Sie, ob P auf der Strecke $[AB]$ liegt.
   [Zur Kontrolle: $P(-11|3|-1)$] (6 BE)

   (e) Legen Sie eine Skizze an, aus der die Lagebeziehungen der gegebenen Punkte und der Ebene E hervorgehen. (4 BE)

2. (a) Berechnen Sie den Abstand der Geraden g und h. (3 BE)

   (b) Zeigen Sie, dass das Lot vom Punkt $S(3|1|-26)$ auf die durch das Parallelogramm $ABCD$ festgelegte Ebene den Punkt A enthält. Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABCDS$. (7 BE)

3. Durch die Punkte B und C wird eine weitere Gerade k festgelegt. k' ist diejenige Gerade, die zur Geraden k spiegelbildlich bezüglich der Ebene E aus Teilaufgabe 1c liegt.

   (a) Ergänzen Sie die Skizze von Teilaufgabe 1e entsprechend, und bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden k'. (6 BE)

   (b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das von den Geraden g, k und k' begrenzt wird. (5 BE)