BE

I. 3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

In einem kartesischen Koordinatensystem ist die Ebene E durch die Punkte A (4 | 5 | 0), B (0 | 1 | –2) und C (6 | –5 | 7) bestimmt. Weiterhin sind drei parallele Geraden g, h und k mit dem Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ gegeben, wobei $A \in g$, $B \in h$ und $C \in k$ gilt.

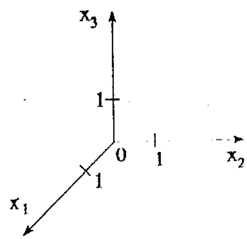
5 1. a) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform, und zeigen Sie, daß die Geraden g und h in der Ebene F mit der Gleichung $x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 6 = 0$ liegen.

[mögliches Ergebnis: E: $-2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3 = 0$]

3 b) Zeigen Sie: Die Geraden g, h und k sind Lotgeraden von E, und E ist Lotebene von F.

4 c) Berechnen Sie den Abstand des Punktes C von der Ebene F und den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

5 d) Fertigen Sie eine Zeichnung an (z. B. gemäß nebenstehender Skizze, Ursprung in Blattmitte, Einheit 1 cm), aus der die Lagebeziehungen der bisher genannten geometrischen Elemente hervorgehen.



Es ist hilfreich, die Zeichnung im folgenden zu ergänzen.

5 e) Das Dreieck ABC ist die Grundfläche eines geraden Prismas, dessen Seitenkanten auf den Geraden g, h und k liegen. Die Deckfläche $A_1B_1C_1$ liegt in der Ebene E_1. Geben Sie eine Gleichung von E_1 in Normalenform an, wenn der Ursprung zwischen E_1 und E liegt und E_1 von E den Abstand 9 hat.

2. Durch den Punkt A_2 (2 | 6 | 2) $\in$ g wird eine zu E parallele Ebene E_2 gelegt.

3 a) Die Ebene E_2 schneidet die Gerade h im Punkt B_2. Berechnen Sie B_2.

5 b) Die Ebene durch die Punkte C, A_2 und B_2 zerlegt das Prisma aus Teilaufgabe 1e in zwei Körper, nämlich in die vierseitige Pyramide AA_2B_2BC und einen Restkörper. Berechnen Sie das Ver-