BE

II.

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto x \cdot (1 - \ln x)^2$ mit $D_f = \mathbb{R}^+$.
Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

9 1. a) Bestimmen Sie die Nullstelle von f. Ermitteln Sie Art und Lage der Extrempunkte von G_f.

$$\left[\text{zur Kontrolle}: f'(x) = (\ln x)^2 - 1\right]$$

5 b) Zeigen Sie, daß G_f genau einen Wendepunkt hat und daß die Wendetangente die Gleichung $y = 2 - x$ besitzt.

6 c) Untersuchen Sie das Verhalten von f(x) und f'(x) für $x \to 0$ und für $x \to \infty$.
Geben Sie die Wertemenge W_f der Funktion f an.
(Hinweis: $\lim\limits_{x \to 0} x(\ln x)^n = 0$ für $n \in \mathbb{N}$ darf ohne Beweis verwendet werden.)

8 d) Berechnen Sie f(2) und f(4) auf 2 Dezimalen genau. Zeichnen Sie G_f unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse im Bereich $0 < x \leqq 4$ (Längeneinheit 2 cm).
Tragen Sie auch die Wendetangente ein.

5 2. a) Zeigen Sie, daß $F: x \mapsto \frac{x^2}{2} \cdot \left[\frac{5}{2} - 3\ln x + (\ln x)^2\right]$ mit $x \in D_f$ eine Stammfunktion von f ist.

7 b) Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das G_f, die Wendetangente und die x - Achse im Bereich $x \geqq 1$ begrenzen.

40