BE

II.

Gegeben ist die Funktion $f\colon x \mapsto \dfrac{2e^{x}-1}{e^{2x}}$ mit $D_f = \mathbb{R}$.

Ihr Graph sei mit G_f bezeichnet.

5 1. a) Ermitteln Sie die Schnittpunkte von G_f mit den Koordinatenachsen sowie das Verhalten von $f(x)$ für $x \to +\infty$ und $x \to -\infty$.

6 b) Bestimmen Sie das Monotonieverhalten von f sowie Art und Lage des Extrempunktes.

$$\left[\text{Zwischenergebnis: } f'(x) = \frac{2-2e^{x}}{e^{2x}}\right]$$

9 c) Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von G_f. Bestimmen Sie den Wendepunkt. Zeigen Sie, daß die Wendetangente den y - Achsenabschnitt $t = 0{,}75 + \ln\sqrt{2}$ besitzt.

7 d) Berechnen Sie die Werte von f an den Stellen $3, -\frac{1}{2}$ und $-\ln 3$, und zeichnen Sie G_f und die Wendetangente im Bereich $-\ln 3 \leqq x \leqq 3$ unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse in ein Koordinatensystem (Längeneinheit 2 cm).

3 2. a) Zeigen Sie, daß $F\colon x \mapsto \dfrac{1-4e^{x}}{2e^{2x}}$ mit $D_F = \mathbb{R}$ eine Stammfunktion von f ist.

2 b) Zeigen Sie, daß für $I(k) = \int_k^0 f(x)\,dx \quad (k \in \mathbb{R})$ gilt:

$$I(k) = \frac{4e^{k}-1}{2e^{2k}} - \frac{3}{2}$$

4 c) Bestimmen Sie $I(-\ln 2)$, und beschreiben Sie in der Zeichnung von Teilaufgabe 1d eine Fläche, deren Inhaltsmaßzahl gerade diese Wert besitzt.

4 d) Bestimmen Sie nun $I(-\ln 3)$, und interpretieren Sie das Ergebnis anhand der Zeichnung von Teilaufgabe 1d.

40