

BE

II.

Gegeben ist die Schar der Funktionen

$$f_a : x \mapsto (\sin x) \cdot e^{a \cdot \cos x} \quad \text{mit } D_{f_a} = [0; 2\pi] \text{ und } a \in \mathbb{R}^+.$$

- 2 1. a) Bestimmen Sie die Nullstellen von f_a .
- 3 b) Berechnen Sie die fünf Punkte, welche allen Scharkurven gemeinsam sind.
- 5 c) Zeigen Sie, daß jede Scharkurve symmetrisch zum Punkt $P(\pi | 0)$ ist. Nutzen Sie bei den folgenden Teilaufgaben diese Tatsache aus.
- 10 2. a) Weisen Sie nach, daß die Ableitungsfunktion f'_a genau zwei Nullstellen x_1, x_2 in D_{f_a} hat, und ermitteln Sie diese in Abhängigkeit von a .
- [Teilergebnis: $x_1 = \arccos \frac{\sqrt{4a^2 + 1} - 1}{2a}$]
- 5 b) Bestimmen Sie für $a = \sqrt{2}$ Lage und Art der Extrempunkte des Graphen von f_a .
- 5 3. a) Zeigen Sie, daß für die 2. Ableitung von f_a gilt:
- $$f''_a(x) = f'_a(x) \cdot [a^2 \cdot (\sin x)^2 - 3a \cdot (\cos x) - 1]$$
- 5 b) Berechnen Sie für $a = \sqrt{2}$ die Koordinaten der Punkte mit $f''_a(x) = 0$, $0 < x < 2\pi$.
Diese Punkte sind Wendepunkte (Nachweis nicht erforderlich).
- 6 4. Zeichnen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse für $a = \sqrt{2}$ den Graphen von f_a in ein Koordinatensystem (Längeneinheit 2 cm).
Verwenden Sie dazu auch die Steigungen des Graphen an den Stellen $0, \pi$ und 2π .
- 6 5. a) Ermitteln Sie $\int f_a(x) dx$ durch Substitution.
- 3 b) Vom Graphen von f_a und der x -Achse wird im 1. Quadranten ein Flächenstück eingeschlossen. Berechnen Sie seinen Inhalt in Abhängigkeit von a .