

BE

G 1. INFINITESIMALRECHNUNG

I.

Gegeben ist die Funktion

$$f: x \mapsto \frac{2x^3 + 2}{x^2} \text{ mit } D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

- 3 1. a) Berechnen Sie die Nullstelle von f , und untersuchen Sie das Verhalten von f in der Umgebung der Definitionslücke.
- 6 b) Zeigen Sie, daß der Graph der Funktion $g: x \mapsto 2x$ mit $D_g = \mathbb{R}$ Asymptote von G_f für $|x| \rightarrow \infty$ ist und daß G_f stets oberhalb dieser Asymptote verläuft.
Für welche x -Werte ist der Unterschied der Funktionswerte von f und g kleiner als $0,5$?
- 8 c) Bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunkts $E(x_E | y_E)$ von G_f .
[Zur Kontrolle: $x_E = \sqrt[3]{2}$]
Zeigen Sie, daß G_f keine Wendepunkte besitzt.
- 3 d) Berechnen Sie die Gleichung der Tangente t an G_f im Schnittpunkt von G_f mit der x -Achse.
- 7 e) Berechnen Sie $f(-\frac{1}{2})$, $f(\frac{1}{2})$, und zeichnen Sie G_f im Bereich $[-4; 4]$ unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse. Tragen Sie auch die Tangente t (vgl. Teilaufgabe 1d) und die Asymptoten ein (Längeneinheit 1 cm).
- 5 2. a) Der Graph G_f , die schräge Asymptote (vgl. Teilaufgabe 1b) und die Parallelen zur y -Achse mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = u$ ($u > 0$) begrenzen ein Flächenstück.
Berechnen Sie seinen Inhalt $A(u)$.
- 5 b) Für welche Werte von u hat das Flächenstück den Inhalt $1,5$?
- 3 c) Untersuchen Sie das Verhalten von $A(u)$ für $u \rightarrow +\infty$ und für $u \rightarrow 0$.