BE

IV.

Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem die Punkte A (1|2|2) , P (2|–3|5) und die

Ebene E_1: $\vec{x} = \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$; $\lambda, \sigma \in \mathbb{R}$.

6 1. a) Zeigen Sie, daß die Vektoren $\overrightarrow{AP}$, $\vec{u} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$ linear unabhängig sind.
Was folgt daraus für die Lage des Punktes P bezüglich der Ebene E_1?

6 b) Stellen Sie eine Gleichung der Ebene E_1 in Normalenform auf.
[Mögliches Ergebnis: E_1: $x_3 - 2 = 0$]
Welche besondere Lage hat E_1?

5 c) Der Punkt P* und der Punkt P liegen bezüglich der Ebene E_1 spiegelbildlich zueinander. Berechnen Sie die Koordinaten von P*.

5 d) Berechnen Sie den Flächeninhalt J des Dreiecks APP*.

2. Gegeben ist weiter die Ebene E_2: $2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 10 = 0$.

2 a) Zeigen Sie, daß der Punkt P in E_2 liegt.

6 b) Ermitteln Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s der beiden Ebenen E_1 und E_2.

$$\left[\text{Mögliches Ergebnis: } s: \vec{x} = \begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix}3\\-2\\0\end{pmatrix};\ \mu \in \mathbb{R}\right]$$

3 c) Berechnen Sie den Winkel φ zwischen den Normalenvektoren der Ebenen E_1 und E_2 (Ergebnis auf 2 Dezimalen gerundet).

7 d) Stellen Sie eine Gleichung der Ebene E_3 auf, die aus der Ebene E_2 durch Spiegelung an E_1 hervorgeht.

40