BE

II.

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto x \cdot e^{1-x}$ mit $D_f = \mathbb{R}$; ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

5 1. a) Zeigen Sie, daß O(0|0) der einzige Achsenschnittpunkt von G_f ist. Bestimmen Sie das Verhalten von f für $x \to -\infty$ und für $x \to +\infty$. (Hinweis: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ kann ohne Beweis verwendet werden.)

5 b) Zeigen Sie, daß für die 1. Ableitung von f gilt: $f'(x) = (1-x) \cdot e^{1-x}$. Geben Sie das Monotonieverhalten von f sowie Art und Lage des Extrempunktes von G_f an.

10 c) Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von G_f; ermitteln Sie die Lage des Wendepunktes und eine Gleichung der Wendetangente von G_f. Zeigen Sie, daß die Wendetangente durch den Punkt (4|0) geht.

7 d) Berechnen Sie die Funktionswerte (auf Zehntel gerundet) an den Stellen -1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ und 4 .
Zeichnen Sie nun die Wendetangente und G_f im Bereich [-1; 4] unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse (Hochformat, Ursprung im oberen Drittel, Längeneinheit 2 cm).

2. Für eine Funktion F besteht die Beziehung $F(x) = -e^{1-x} - f(x)$; $D_F = \mathbb{R}$.

4 a) Bestätigen Sie durch Rechnung, daß F eine Stammfunktion von f ist.

9 b) Bestimmen Sie für $k \in \mathbb{R}$ eine integralfreie Darstellung von

$$J(k) = \int_{-1}^{k} f(x)\,dx .$$

Zeigen Sie, daß $\lim\limits_{k\to\infty} J(k) = 0$ ist.
Was bedeutet dies für die zwei zwischen G_f und der x-Achse im Bereich $[-1; \infty[$ gelegenen Flächenstücke?

40